

Approche variationnelle hybride pour l'assimilation de données et le contrôle en temps réel de systèmes évolutifs complexes - application à la fabrication additive

L. Chamoin¹, W. Haïk^{1,2}, Y. Maday²

¹ Université Paris-Saclay, CentraleSupélec, ENS Paris-Saclay, LMPS - Laboratoire de Mécanique Paris-Saclay, {ludovic.chamoin,willy.haik}@ens-paris-saclay.fr

² Sorbonne Université, CNRS, Université de Paris, LJLL - Laboratoire Jacques-Louis Lions, {willy.haik,yvon.maday}@sorbonne-universite.fr

Résumé — Le travail aborde la surveillance en temps réel de systèmes mécaniques complexes à partir d'un modèle paramétrique simplifié et de données expérimentales. Il présente une méthode d'assimilation de données variationnelle hybride, issue de l'approche PBDW, qui permet de faire des diagnostics et pronostics rapides et précis dans une version séquentielle en temps. Cette méthode intègre la physique non modélisée via une correction de biais de modèle et un enrichissement basés sur les données, pour prédire efficacement les états futurs du système. Les performances sont illustrées dans le domaine de la fabrication additive, pour le suivi en ligne de l'état thermique au cours du procédé SLM.

Mots clés — Assimilation de données, modèle hybride, réduction de modèle, enrichissement par les données, temps réel.

1 Introduction

L'estimation d'état d'un système, observé sur un domaine spatio-temporel donné, est une tâche spécifique de l'assimilation de données. Pour cela, des capteurs permettent d'observer le système étudié en fonction de la fréquence d'échantillonnage des acquisitions expérimentales, et on s'appuie sur un modèle mathématique paramétrique qui essaie de représenter au mieux toutes les évolutions possibles du comportement physique du système. Cependant, quelle que soit la qualité du modèle, ce n'est qu'une représentation erronée de la réalité; ainsi, l'utilisation d'un modèle dans le contexte de l'estimation d'état doit être couplé à un enrichissement du modèle par les données (bruitées) afin de rester fidèle à la réalité, dans une vision dite hybride [2]. Cette démarche est particulièrement importante pour la surveillance et le contrôle en temps réel de systèmes d'ingénierie à partir de jumeaux numériques (paradigme *Dynamic Data Driven Application Systems* (DDDAS) [3]). La complexité des phénomènes mis en jeu (multiéchelles, multiphysiques) est souvent incompatible avec la contrainte de calcul en temps court, et l'utilisation d'un modèle paramétrique simplifié peut diminuer la complexité numérique mais engendre un fort biais de modèle.

Dans ce cadre, nous proposons ici une méthode d'assimilation de données variationnelle hybride, rapide et précise, issue de l'approche *Parameterized Background Data Weak* (PBDW) [9, 5, 10] étendue à une version séquentielle en temps [6, 7]. Cette méthode est basée sur une vision *offline/online* et un algorithme non-intrusif, en considérant des techniques de réduction de modèle et en intégrant naturellement la physique non modélisée (ainsi que les incertitudes paramétriques) via un enrichissement basé sur les données, afin de garantir la pertinence du diagnostic et du pronostic. Dans la phase *offline*, le modèle réduit est construit à partir d'un ensemble de solutions paramétriques générées par des calculs potentiellement coûteux, et un espace de correction est également construit à partir des fonctionnelles d'observation; dans la phase *online*, les données expérimentales acquises à la volée sont traitées pour identifier les paramètres inconnus du modèle, corriger et enrichir le modèle pour reconstruire l'état du système sur le domaine d'intérêt, et faire des prédictions sur son évolution future.

L'approche est appliquée ici dans le domaine de la fabrication additive, pour le suivi en ligne de l'état thermique pendant le procédé *Selective Laser Melting* (SLM) afin de contrôler la qualité et les caractéristiques mécaniques des pièces fabriquées. Dans le procédé SLM, les pièces sont construites par fusion sélective de couches successives de poudre métallique à l'aide d'une source laser très localisée

(Figure 1). Ce cadre est particulièrement intéressant par sa nature multiphysique (métallurgie avec changements de phase, thermique, mécanique, . . .) et multiéchelle en espace et en temps (le rayon de la source thermique est de quelques μm tandis que la taille macroscopique de la pièce fabriquée est de l'ordre du cm, avec une vitesse d'avance de la source thermique de l'ordre de 1m/s). Avec cette complexité, la modélisation et la simulation du procédé SLM nécessitent généralement des coûts de calcul conséquents, incompatibles avec une perspective de temps réel. Avec la méthode d'assimilation de données proposée, nous montrons qu'il est possible et suffisant d'utiliser un modèle simplifié pour décrire grossièrement le comportement thermique, car celui-ci sera corrigé au cours du temps par les mesure in situ (données ici par une caméra thermique haute résolution et haute fréquence d'échantillonnage). L'approche permet de reconstruire très rapidement l'état thermique en cours de fabrication, et ainsi d'estimer la taille du bain de fusion ou la présence de points chauds qui résultent d'un défaut de fusion ou de mise en couche.

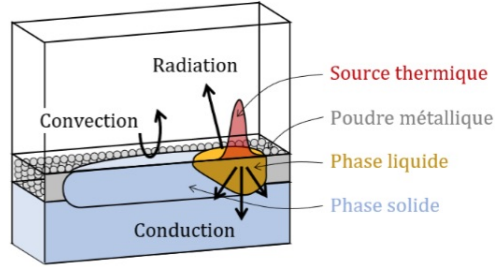


FIGURE 1 – Illustration des phénomènes physiques mis en jeu dans le procédé SLM

2 Méthode PBDW pour les problèmes d'évolution

2.1 Cadre d'étude et notations

On s'intéresse ici aux problèmes avec évolution temporelle. On considère l'espace lipschitzien $\Omega \subset \mathbb{R}^d$, et on introduit l'espace Hilbertien \mathcal{U} défini sur Ω tel que $H_0^1(\Omega) \subset \mathcal{U} \subset H^1(\Omega)$ auquel on associe le produit scalaire (\cdot, \cdot) et la norme $\|\cdot\|$. On se munit d'un intervalle de temps fini $I = [0; T]$ ainsi qu'une discrétisation temporelle uniforme $0 = t_0 < t_1 < \dots < t_k < \dots < t_K = T$ avec $(K + 1)$ points temporels distincts de I et $\mathcal{K} = \{1, \dots, K\}$.

On considère un ensemble de M mesures expérimentales à chaque temps d'acquisition. Au pas de temps t_k , le jeu de données est alors décrit par :

$$y_m^k = l_m(u_{ref}^k) + \varepsilon_m^k \quad 1 \leq m \leq M$$

où l_m est la fonctionnelle d'observation des capteurs traduisant le comportement diffus de la mesure, u_{ref}^k est l'état réel du système, et $\{\varepsilon_m^k\}_{m=1}^M$ traduit le bruit de mesure.

On considère également avoir à disposition un modèle mathématique paramétrique (mp), supposé décrire de façon plus ou moins précise la physique du système étudié ; il s'écrit sous forme générique $G^{mp, \mu}(u^{mp}(x, t, \mu)) = 0$, avec μ un ensemble des paramètres incertains du modèle appartenant à $\mathcal{D} \subset \mathbb{R}^p$. On suppose que $u^{mp}(x, t, \mu) \in \mathcal{U}$.

2.2 Formulation et procédure de calcul pour l'assimilation de données

2.2.1 Formulation du problème de minimisation

L'objectif est d'estimer l'état réel $u_{ref}(\mu) \in \mathcal{U}$ du système étudié pour une configuration paramétrique $\mu \in D$ donnée. Etant donné que le modèle paramétrique à disposition ne décrit pas parfaitement tous les phénomènes physiques, $u_{ref}(\mu)$ n'appartient pas à la variété des solutions paramétriques $\mathcal{M}^{mp} = \{u^{mp}(\mu) | \mu \in D\}$. L'idée est donc de chercher l'état réel u_{ref} comme une somme entre un terme d'estimation z obtenu par le modèle et un terme de correction η obtenu par les données expérimentales. Cela amène la décomposition suivante :

$$u_{N, M} = z_{N, M} + \eta_{N, M}$$

Le premier terme $z_{N,M} \in \mathcal{Z}_N$ est l'approximation de rang N de la solution u_{ref} , tandis que le second terme $\eta_{N,M} \in \mathcal{U}_M$ est le champ correctif associé aux M mesures expérimentales. On suppose avoir la relation $N < M$; le cas idéal est donc l'accès à un grand nombre de données.

La formulation de la PBDW en présence d'observations bruitées passe par la minimisation d'une fonction coût qui comprend l'écart aux mesures et l'erreur de modèle. Elle consiste, pour tout $k \in \mathcal{K}$, à trouver le couple $(z_{N,M}^k, \eta_{N,M}^k) \in \mathcal{Z}_N \times \mathcal{U}_M$ tel que :

$$\begin{cases} (z_{N,M}^k, \eta_{N,M}^k) = \underset{z \in \mathcal{Z}_N, \eta \in \mathcal{U}_M}{\operatorname{arginf}} \left(\xi \| \eta \|^2 + \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \| l_m(z + \eta) - y_m^k \|^2 \right) \\ u_{N,M}^k = z_{N,M}^k + \eta_{N,M}^k \end{cases}$$

avec le paramètre de régularisation déterminé par $\xi = \underset{\xi \in \mathbb{R}}{\operatorname{arginf}} \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M (y_m^k - l_m(u_{N,M}^{k,\xi}))$.

2.2.2 Construction de l'espace lié au modèle

L'estimation par le modèle $z_{N,M}^k$ au pas de temps t_k appartient à l'espace \mathcal{Z}_N qui peut être généré par un substitut de la variété des solutions paramétriques \mathcal{M}^{mp} dans une phase *offline*. L'objectif est de chercher N modes réduits ζ_n de sorte que $\mathcal{Z}_N = \operatorname{span}\{\zeta_n\}_{n=1}^N$. On s'appuie pour cela sur une décomposition tensorielle basée sur la technique Proper Generalized Decomposition (PGD). Cette technique de réduction de modèle considère une séparation des variables d'espace/temps/paramètres, de manière à représenter le champ comme une somme de contributions modales de la forme :

$$z_N(x, t, \mu) = \sum_{n=1}^N \left(\sum_{p=1}^P \lambda_n^p(t) \alpha_n^p(\mu) \right) \bar{\zeta}_n(x) \quad (1)$$

avec $\mathcal{Z}_N = \{\bar{\zeta}_n\}_{n=1}^N$ une base spatiale orthogonale. Cette décomposition est obtenue par un double algorithme de point fixe associé à une orthogonalisation de Gram-Schmidt. La prédiction de l'état aux futurs pas de temps peut alors être faite simplement à partir d'une évaluation de la décomposition modale.

2.2.3 Construction de l'espace de correction

L'espace de correction \mathcal{U}_M est construit, lui aussi dans une phase *offline*, à partir des informations données par les fonctionnelles linéaires d'observation des capteurs et les représentants de Riesz associés : $\mathcal{U}_M = \operatorname{span}\{q_m = \mathcal{R}_{\mathcal{U}'} l_m\}_{m=1}^M$. Le représentant de Riesz $\mathcal{R}_{\mathcal{U}'} l \in \mathcal{U}'$ (espace dual de \mathcal{U}) est défini tel que $(\mathcal{R}_{\mathcal{U}'} l, v) = l(v) \forall v \in \mathcal{U}$. Nous prenons ici des fonctionnelles d'observation sous forme gaussienne : $l_m = \int_{\Omega} u(x) e^{-\|x-x_m\|/2r^2} dx$ avec x_m la position respective du capteur et r une taille caractéristique (rayon moyen).

2.2.4 Choix des points de mesure

La deuxième étape de la phase *offline* est la construction de l'espace d'observation \mathcal{U}_M . Cette construction passe par la sélection des capteurs les plus pertinents à partir d'une librairie de candidats potentiels. Il est possible d'extraire ce nombre M de points de mesure (positions de capteur x_m) à l'aide de l'algorithme *Stability-Approximation* décrit dans [10, 6], qui choisit de manière gloutonne les capteurs en trois étapes. Dans un premier temps (*Stability*), il s'agit de maximiser la constante de stabilité

$\beta_{N,M} = \inf_{z \in \mathcal{Z}_N} \sup_{q \in \mathcal{U}_M} \frac{(z, q)}{\|z\| \cdot \|q\|}$. Cette étape vise à choisir les capteurs qui permettent de représenter au mieux

les variations paramétriques du modèle données par l'espace \mathcal{Z}_N . A cette étape on associe un post-traitement des coordonnées de capteurs obtenues afin d'adapter les points de mesure pertinents pour chaque pas d'échantillonnage. Dans un troisième temps (*Approximation*), l'objectif est de minimiser l'erreur d'approximation induite par les espaces non décrits par les capteurs préalablement sélectionnés. Cela a pour but de pouvoir décrire du mieux possible des physiques non anticipées par le modèle, de façon à ce que le champ correctif $\eta_{N,M}$ représente au mieux le biais de modèle.

2.3 Formulation algébrique de la PBDW

Pour tout $k \in \mathcal{K}$, à partir des champs $z_{N,M}^k$ et $\eta_{N,M}^k$ appartenant respectivement à $\mathcal{Z}_N = \text{span}\{\zeta_n\}_{n=1}^N$ et $\mathcal{U}_M = \text{span}\{q_m\}_{m=1}^M$, on introduit les vecteurs $a^k \in \mathbb{R}^N$ et $b^k \in \mathbb{R}^M$ tels que :

$$z_{N,M}^k = \sum_{n=1}^N a_n^k \zeta_n \quad ; \quad \eta_{N,M}^k = \sum_{m=1}^M b_m^k q_m$$

On introduit alors les matrices $\mathbb{L} \in \mathbb{R}^{M,N}$ avec $\mathbb{L}_{ij} = l_i(\zeta_j) = (q_i, \zeta_j)$, et $\mathbb{K} \in \mathbb{R}^{M,M}$ avec $\mathbb{K}_{ij} = (q_i, q_j)$. La traduction algébrique du problème de minimisation est alors : pour tout $k \in \mathcal{K}$, trouver $(a^k, b^k) \in \mathbb{R}^N \times \mathbb{R}^M$ tel que :

$$(a^k, b^k) = \underset{a \in \mathbb{R}^N, b \in \mathbb{R}^M}{\text{arginf}} \left(\zeta \left\| \sum_{m=1}^M b_m q_m \right\|^2 + \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \|l_m \left(\sum_{n=1}^N a_n \zeta_n + \sum_{m=1}^M b_m q_m \right) - y_m^k\|_2^2 \right)$$

Ce problème de minimisation aboutit au système suivant, pour tout $k \in \mathcal{K}$:

$$\begin{bmatrix} \xi M \mathbb{I} + \mathbb{K} & \mathbb{L} \\ \mathbb{L}^T & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} a^k \\ b^k \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y^k \\ 0 \end{pmatrix}$$

Le système est en pratique de taille relativement petite, sa résolution peut donc être réalisée sous la contrainte de temps réel dans la phase *online*. Par ailleurs, la deuxième ligne du système indique l'orthogonalité entre le champ correctif $\eta_{N,M}$ et l'espace \mathcal{Z}_N généré à partir du modèle.

La version précédente de la PBDW utilise un modèle implicite. Il peut être cependant utile d'avoir accès à la valeur du jeu de paramètres μ . Pour cela, on peut exploiter la structure de la réduction de modèle donnée par (1) : pour tout $k \in \mathcal{K}$ trouver $(\mu^k, b^k) \in \mathcal{D} \times \mathbb{R}^M$ tel que :

$$(\mu^k, b^k) = \underset{\mu \in \mathcal{D}, b \in \mathbb{R}^M}{\text{arginf}} \left(\zeta \left\| \sum_{m=1}^M b_m q_m \right\|^2 + \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \|l_m \left(\sum_{n=1}^N \lambda_n(t_k) \alpha_n(\mu) \zeta_n + \sum_{m=1}^M b_m q_m \right) - y_m^k\|_2^2 \right)$$

La formulation algébrique devient alors un problème en deux phases :

$$\begin{cases} \mu^k = \underset{\mu \in \mathcal{D}}{\text{argmin}} \left(\frac{1}{2} a^T \mathbb{L}^T \mathbb{W} \mathbb{L} a - a^T \mathbb{L}^T \mathbb{W} y^k \right) & \text{avec } a_n = \sum_{p=1}^P \lambda_n^p(t_k) \alpha_n^p(\mu) \\ b^k = \mathbb{W}(y^k - \mathbb{L} a^k) \end{cases}$$

2.4 Formulation avec enrichissement de modèle

On présente maintenant une stratégie qui intègre systématiquement la physique non modélisée, identifiée par les précédents champs correctifs, de façon à enrichir l'espace lié au modèle. L'objectif est de pouvoir diminuer le nombre d'observations nécessaires aux pas de temps futurs de façon à minimiser le coup de calcul de la phase *online*. L'idée est d'appliquer la stratégie PBDW avec un espace lié au modèle enrichi $\mathcal{Z}_{N+N_e}^{\text{aug}} = \{\mathcal{Z}_N, \mathcal{E}_{N_e}^k\}$. L'espace d'enrichissement $\mathcal{E}_{N_e}^k$ est calculé à partir d'une SVD des précédents termes correctifs afin d'en extraire les composantes spatiales majoritaires. Pour garantir un coût numérique constant au cours du temps, on utilise l'algorithme *Sequential Karhunen-Loeve* (SKL) afin de calculer la SVD à partir du résultat au pas de temps précédent.

La PBDW enrichie se formule donc : trouver $(u_{N,M}^k, z_{N,M}^k, e_{N,M}^k, \eta_{N,M}^k) \in \mathcal{U} \times \mathcal{Z}_N \times \mathcal{E}_{N_e}^k \times \mathcal{U}_M$ tel que :

$$\begin{cases} (z_{N,M}^k, e_{N,M}^k, \eta_{N,M}^k) = \underset{z \in \mathcal{Z}_N, e \in \mathcal{E}_{N_e}^k, \eta \in \mathcal{U}_M}{\text{arginf}} \left(\xi \|\eta\|^2 + \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \|l_m(z + e + \eta) - y_m^k\|_2^2 \right) \\ u_{N,M}^k = z_{N,M}^k + e_{N,M}^k + \eta_{N,M}^k \end{cases}$$

A noter que ce modèle enrichi peut être utilisé dans l'algorithme *Stability-Approximation* afin de choisir les capteurs qui permettent de décrire au mieux le biais de modèle, et pour l'extrapolation en temps (via la décomposition SVD) [6].

3 Application au suivi du procédé SLM en fabrication additive

On présente ci-dessous quelques résultats numériques pour l'estimation de l'état thermique d'une pièce au cours de son procédé de fabrication par fusion sur lit de poudre métallique (la poudre utilisée est de l'Inconel 625 (IN625)). On étudie le problème plan de la couche en cours de fabrication. La vitesse d'avance du laser et sa trajectoire complète sont supposées connues. La méthode PBDW autorisant à choisir un modèle physique simplifié, on considère ici un modèle de conduction thermique avec un comportement homogène linéaire isotrope pour la poudre, sans prise en compte des changements de phase (poudre \rightarrow liquide \rightarrow solide) et de la chaleur latente. Les performances de l'approche proposée sont illustrées sur des analyses à l'échelle du bain de fusion ou de la couche/pièce globale.

3.1 Contrôle du bain de fusion avec trajectoire complexe du laser

Cette étude permet de suivre l'évolution du bain de fusion en fonction de la trajectoire du laser. On utilise ici la base de données issue de [8], mettant en oeuvre un dispositif expérimental permettant de mesurer le champ de température avec une caméra confocale centrée sur le laser. La fréquence d'échantillonnage est de 2000 Hz. Les mesures sont données sous la forme d'images en niveaux de gris qu'il faut ensuite transformer pour avoir la température apparente (en $^{\circ}\text{C}$) à partir de l'équation de Sakuma Hattori. La température est mesurée dans la plage [1100°C - 2200°C].

3.1.1 Modèle simplifié

En se plaçant dans le repère mobile de la source, on choisit le modèle de diffusion thermique simplifié suivant, dont la description précise (et plus particulièrement le passage d'un modèle 3D avec diffusion dans l'épaisseur à un modèle 2D) est donnée dans [1] :

$$\rho c \left(\frac{\partial T}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla T \right) - \beta (T - T_0) = \nabla \cdot (\lambda \nabla T) + \frac{q}{L} \quad (2)$$

avec $\beta = \lambda/\delta z$ (paramètre de diffusion dans l'épaisseur) et $q(t, x) = \frac{P(t)}{2\pi\sigma^2} e^{-x^2/\sigma^2}$. Les paramètres associés sont liés au matériau (masse volumique ρ , capacité thermique c , conductivité λ), à la commande (vecteur vitesse \mathbf{v} du laser, puissance P) et à la machine (température initiale T_0 , paramètre d'absorption A de la poudre, rayon σ de la source gaussienne du laser). Deux longueurs caractéristiques sont également introduites : (1) longueur L d'influence du laser qui est de l'ordre du rayon σ ; (2) longueur δz caractérisant l'influence de la diffusion dans l'épaisseur. Cette dernière grandeur est particulièrement importante et aucune information n'est connue a priori sur celle-ci ; elle est donc prise comme paramètre inconnu à recalibrer ici (i.e. $\mu = \delta z$).

Le modèle (2) se réduit efficacement en prenant soin de projeter l'ensemble des snapshots pour avoir un angle fixe par rapport à la direction d'avance du laser, de manière à diminuer l'épaisseur de Kolmogorov.

3.1.2 Résultats

La Figure 2 illustre l'évolution temporelle des paramètres de l'étude, avec une trajectoire tournante (partant de l'extérieur pour aller vers l'intérieur) et une puissance de laser diminuée à chaque changement de direction. La zone de mesure est également montrée.

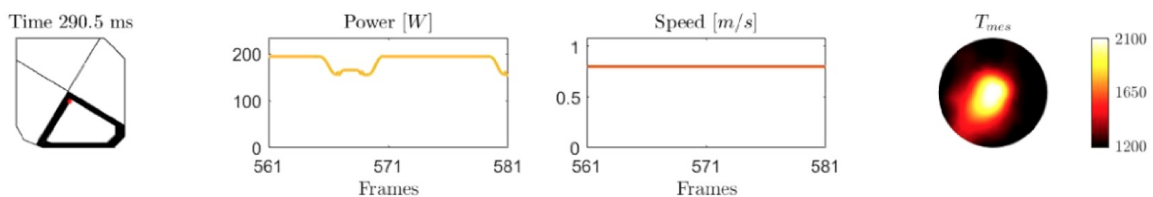


FIGURE 2 – Visualisation de la trajectoire du laser, des paramètres de commande, et du champ mesuré

La Figure 3 montre les champs obtenus par la méthode PBDW pour $N = 5$ modes réduits et $M = 35$ points de mesure. On remarque que le modèle physique utilisé est assez faux mais est correctement corrigé par l'enrichissement appris par les acquisitions précédentes. On retrouve ici le biais du modèle à savoir une diffusion trop rapide et un taux de refroidissement trop important.



FIGURE 3 – Différents champs calculés par la PBDW

La Figure 4 montre les erreurs relatives prouvant que la PBDW permet de reconstruire correctement l'état thermique réel. L'enrichissement joue un rôle essentiel ici. Par ailleurs, pour certains cas, la méthode d'assimilation permet de filtrer les poudres qui sont éjectées hors du plan de la couche en cours de construction.

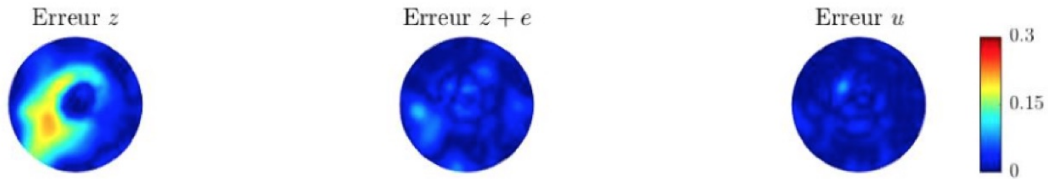


FIGURE 4 – Erreurs relatives entre les champs PBDW et les mesures

Enfin la Figure 5 illustre le coût de calcul de l'ordre de quelques millisecondes, compatible avec le temps réel. On observe aussi l'évolution du paramètre recalé δz et l'estimation correcte de la taille du bain de fusion, avec également la capacité de prédire cette taille pour les futurs pas de temps.

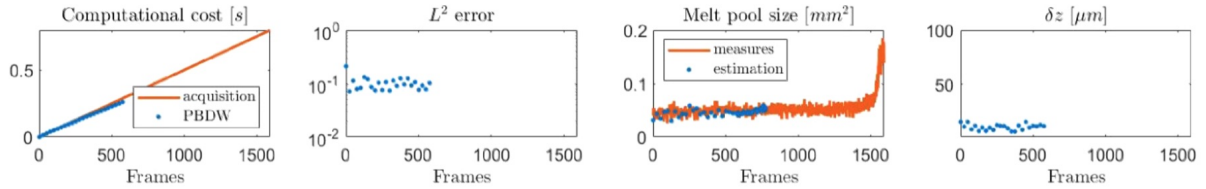


FIGURE 5 – Coût de calcul, erreur d'estimation, taille du bain de fusion et identification du paramètre inconnu

3.2 Contrôle de la température de la couche en cours de fabrication

La deuxième étude se base sur le jeu de mesures fourni dans [12]. On se place maintenant à l'échelle de la couche pour observer la fabrication sur plusieurs dizaines de millimètres. Grâce à la stratégie PBDW, on cherche ici à reconstruire l'état thermique sans connaître au préalable l'histoire de la construction sur les couches précédentes et sur le lit de poudre. La fréquence d'échantillonnage des mesures est toujours de 2000 Hz et la plage de mesure est [550°C-1100°C].

3.2.1 Modèle simplifié

Le modèle analytique FLASH [4] est utilisé ; il s'agit d'un modèle paramétrique analytique donnant la réponse à une source gaussienne :

$$T_f(r, z, t) = \frac{2AP\delta t}{\varepsilon\sqrt{\pi^3 t}} \cdot \frac{1}{\sigma^2 + 8\alpha t} e^{-\frac{2r^2}{\sigma^2 + 8\alpha t}} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{((n-1)L+z/2)^2}{\alpha t}}$$

avec z la position de la couche en cours de fabrication (ici $z = 0$), A le coefficient d'absorption, P la puissance du laser, δt la durée d'un flash, $\varepsilon = \sqrt{\lambda \rho c}$ l'émissivité, σ le rayon de la source, $\alpha = \lambda / \rho c$ la diffusivité thermique et $L \sim \sigma$ la longueur caractéristique de l'influence du laser dans l'épaisseur. La solution complète selon la trajectoire du laser est ensuite calculée par une convolution de l'ensemble des flashes le long de cette trajectoire (Figure 6).

La formulation discrète donne alors le modèle simplifié sous la forme :

$$z = T_0 + \gamma \sum_{i=0}^n T_{fi}(r_i, z, t - i\Delta t) \quad ; \quad n = t/\Delta t$$

avec T_0 la température initiale et γ un paramètre de calibration. Le paramètre le plus influent dans ce modèle est la conductivité, ainsi $\mu = \lambda$ sera le paramètre recalé par la PBDW.

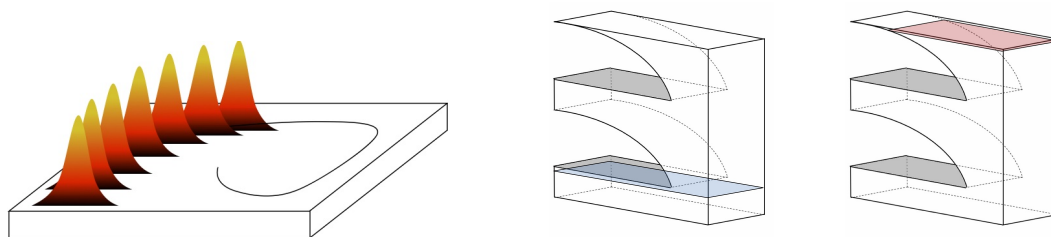


FIGURE 6 – Illustration de la méthode FLASH (gauche) et des deux cas particuliers de couches analysées (droite)

3.2.2 Résultats

On illustre la performance de l'approche sur deux cas particulièrement intéressants (voir Figure 6) :

- cas 1 : construction de la couche sur une partie massive de la pièce ;
- cas 2 : construction de la couche en porte à faux.

Pour le cas 1, avec une température qui diminue rapidement lorsqu'on s'éloigne du point d'application du laser (diffusion dans l'épaisseur prépondérante), la Figure 7 illustre les champs calculés par la PBDW. On observe que le modèle donne une solution assez proche de la mesure, même si la diffusion semble un peu trop rapide ce qui est corrigé par l'approche hybride. De plus, ici l'enrichissement n'apporte pas beaucoup d'information étant donné que le biais évolue assez rapidement (il n'y a pas de gros points chauds immobiles qui diffusent). Par ailleurs, l'ensemble de la poudre éjectée hors du plan de la couche en cours de fabrication est filtré ce qui permet de ne garder que l'information utile, à savoir le champ réel de température de la couche.

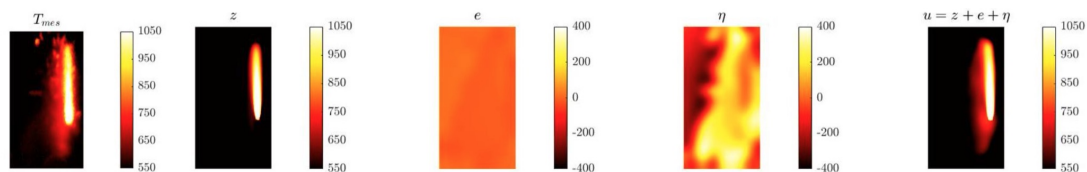


FIGURE 7 – Solutions calculées par la PBDW pour une couche sur une partie massive : mesures, modèle, enrichissement, correction, état estimé (de gauche à droite)

Pour le cas 2, les champs calculés par la PBDW sont montrés sur la Figure 8. Etant donné le caractère fortement adiabatique de la poudre, il y a peu de diffusion de la température dans l'épaisseur, c'est pourquoi la température moyenne est bien plus élevée. Ici, le biais de modèle est assez important (non prise en compte que la couche est construite sur de la poudre) ; Il s'agit d'un biais de diffusion de points chauds immobiles, et l'enrichissement joue alors un rôle majeur et permet une bonne estimation de l'état thermique.

Dans les deux cas, le temps de calcul est à nouveau de l'ordre de la milliseconde (avec parallélisation des calculs) laissant envisager des applications en temps réel.

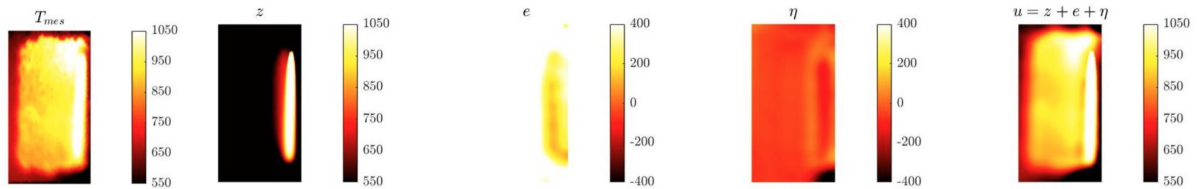


FIGURE 8 – Solutions calculées par la PBDW pour une couche sur de la poudre : mesures, modèle, enrichissement, correction, état estimé (de gauche à droite)

4 Conclusions et perspectives

Dans ce travail, la méthode d'assimilation hybride PBDW a été étendue à des problèmes avec évolution temporelle et appliquée pour le contrôle thermique d'un procédé de fabrication additive avec données réelles et modèles très simplifiés. Le rôle fondamental du champ de correction a été illustré, ainsi que l'enrichissement séquentiel du modèle. Les performances de cette approche permettent d'envisager son utilisation pour moduler la puissance, la vitesse ou la trajectoire du laser pendant le procédé de façon à contrôler la qualité des pièces, corriger des défauts de fabrication ou anticiper la présence de contraintes résiduelles. Aussi, une étude en cours concerne le couplage de l'approche PBDW et des techniques d'apprentissage pour optimiser l'efficacité numérique [11].

Références

- [1] M. Boissier, G. Allaire, C. Tournier. *Additive manufacturing scanning paths optimization using shape optimization tools*, Structural and Multidisciplinary Optimization, 61 :2437-2466, 2020.
- [2] F. Chinesta, E. Cueto, E. Abisset-Chavanne, J-L. Duval, F. El Khaldi. *Virtual, digital and hybrid twins : A new paradigm in data-based engineering and engineered data*, Archives of Computational Methods in Engineering, 27 :105-134, 2020.
- [3] F. Darema. *Dynamic Data Driven Applications Systems : A New Paradigm for Application Simulations and Measurements*, Springer Berlin Heidelberg, Computational Science - ICCS 2004, 2004.
- [4] K. Eттаieb, S. Lavernhe, C. Tournier. *A flash-based thermal simulation of scanning paths in LPBF additive manufacturing*. Rapid Prototyping Journal, 27(4) :720-734, 2021.
- [5] H. Gong, Y. Maday, O. Mula, T. Taddei. *PBDW method for state estimation : error analysis for noisy data and nonlinear formulation*, arXiv preprint arXiv :1906.00810, 2019.
- [6] W. Haik, Y. Maday, L. Chamoin. *A real-time variational data assimilation method with data-driven enrichment for time-dependent problems*, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 405 :115868, 2023.
- [7] W. Haik, L. Chamoin, Y. Maday. *Real-time thermal monitoring of the SLM additive manufacturing process by means of a hybrid variational data assimilation method with reduced order modeling and model bias correction*, submitted, 2023.
- [8] B. Lane, H. Yeung. *Process Monitoring Dataset from the Additive Manufacturing Metrology Testbed (AMMT) : "Three-Dimensional Scan Strategies"*, Journal of Research of the National Institute of Standards and Technology (NIST JRES), 124 : 124033, 2019.
- [9] Y. Maday, A.T. Patera, J.D. Penn, M. Yano. *A parametrized background data weak approach to variational data assimilation : formulation, analysis, and application to acoustics*, International Journal for Numerical Methods in Engineering, 102(5) :933-965, 2015.
- [10] Y. Maday, T. Taddei. *Adaptive pbw approach to state estimation : noisy observations, user-defined update spaces*, SIAM Journal on Scientific Computing, 41(4) :B669-B693, 2019.
- [11] S. Massala, L. Chamoin, M. Pica Ciamarra. *Hybrid twins coupling PBDW and machine learning for effective state estimation on complex systems*, 2nd IACM Mechanistic Machine Learning and Digital Engineering for Computational Science Engineering and Technology (MMLDE-CSET), 2023.
- [12] B. Molnar, J.C. Heigel, E. Whinton. *In situ thermography during laser powder bed fusion of a nickel superalloy 625 artifact with various overhangs and supports*, Journal of Research of the National Institute of Standards and Technology (NIST JRES), 126 : 126005, 2021.