

Inférence Bayésienne pour la prévision du comportement Thermo-Hydro-Mécanique à long terme de grands ouvrages de confinement

D. Rossat¹⁻³, J. Baroth³, F. Dufour³, B. Masson², A. Monteil², S. Michel-Ponnelle¹

¹ Électricité de France (EDF/R&D) - Palaiseau, France

² Électricité de France (EDF/DIPNN/DT) - Lyon, France

³ Univ. Grenoble Alpes, CNRS, Grenoble INP, 3SR - Grenoble, France

Résumé — Le cadre de l'inférence Bayésienne permet d'établir un lien entre les paramètres incertains d'un modèle numérique et des données d'observations bruitées. Cette contribution présente une approche s'inscrivant dans ce cadre, afin de mettre à jour les paramètres d'entrée de modèles décrivant le comportement thermo-hydro-mécanique de grands ouvrages de confinement, à partir de mesures de déformations différées. L'approche proposée, appliquée à une maquette à l'échelle 1 : 3 d'une enceinte de confinement nucléaire, permet l'actualisation des incertitudes de prévisions de déformations à long terme, et de corriger ces dernières en tenant compte de biais de modélisation.

Mots clés — Inférence Bayésienne, Quantification d'Incertitudes, Génie Civil, Problèmes Inverses.

1 Introduction

Les ouvrages de confinement, dont les enceintes de confinement de réacteurs nucléaires constituent un exemple archétypal, sont de grandes structures en béton précontraint dont le vieillissement est principalement piloté par le séchage et le fluage du béton. Ces phénomènes sont responsables de l'évolution continue dans le temps des déformations de ces structures, induisant des pertes de précontrainte pouvant impacter leur exploitation à long terme. Les déformations différées peuvent ainsi être vues comme un indicateur d'état de santé mécanique. De ce fait, les ouvrages de confinement disposent de systèmes de mesures d'auscultation permettant une évaluation continue de leur état mécanique.

Parallèlement à l'utilisation de ces systèmes de mesures, des stratégies de modélisation numériques ont été développées afin de prévoir l'évolution temporelle des déformations différées de tels ouvrages. Ces stratégies mettent notamment en jeu des équations constitutives et des lois de comportement décrivant le comportement thermo-hydro-mécanique (THM) du béton [5, 15]. Elles permettent la construction de modèles aux éléments finis (EF) reposant généralement sur un grand nombre de paramètres, correspondant par exemple à des propriétés matériau, des conditions aux limites ou initiales, ainsi qu'à des paramètres de modélisation. Toutefois, ces paramètres demeurent entachés d'incertitudes, du fait d'une variabilité intrinsèque, ou d'un manque de connaissance. De plus, ces paramètres ne sont en général pas mesurables directement, ce qui implique un niveau de connaissance *a priori* vague à leur sujet.

Dans ce contexte, cette contribution présente une approche basée sur le cadre de l'inférence Bayésienne, permettant de mettre à jour un niveau de connaissance *a priori* sur des paramètres incertains, à partir de données de mesures bruitées et potentiellement disponibles en nombre limité. Cette approche, reposant sur une description probabiliste des incertitudes, vise à déterminer la loi de probabilité *a posteriori* de paramètres incertains, résultant de la combinaison d'une loi *a priori* et de données d'observation. Elle permet également de tenir compte de la présence de biais de modélisation, et d'identifier ces derniers à partir des données. Enfin, dans l'optique de permettre l'estimation de la loi *a posteriori* à un coût numérique acceptable, une technique de méta-modélisation par chaos polynomiaux est utilisée afin de disposer d'une approximation du modèle EF pouvant être évaluée rapidement.

L'approche proposée est appliquée à une maquette à l'échelle 1 : 3 d'enceinte de confinement de réacteur nucléaire. Dans ce cadre, les paramètres incertains d'un modèle EF sont identifiés à partir de mesures *in-situ* de déformations différées. Les résultats soulignent que l'approche proposée permet d'améliorer la confiance des prévisions des déformations différées de la structure, via la réduction des incertitudes associées et la correction de biais de modélisation.

2 Inférence Bayésienne

2.1 Problèmes inverses Bayésiens

2.1.1 Formulation générale

On considère une application $\mathcal{M} : \mathcal{D}_X \rightarrow \mathcal{D}_Y$ définie sur un espace paramétrique $\mathcal{D}_X \subset \mathbb{R}^d$ et prenant des valeurs dans un espace $\mathcal{D}_Y \subset \mathbb{R}^n$. Par exemple, cette application peut représenter un modèle EF décrivant le comportement mécanique d'une structure : pour un jeu de $d \geq 1$ paramètres $\mathbf{x} \in \mathcal{D}_X$ donné, la réponse $\mathcal{M}(\mathbf{x}) \in \mathcal{D}_Y$ correspond à un jeu de variables d'intérêt issues d'un calcul EF, par exemple une déformation différée en un (ou plusieurs) point(s) de la structure, à $n \geq 1$ instants. Les paramètres précités correspondent typiquement à des propriétés matériau, des conditions aux limites ou initiales, ou bien des paramètres de modélisation.

Ces paramètres sont entachés d'incertitudes, pouvant provenir d'une variabilité intrinsèque ou d'un manque de connaissance. On adopte ici une description probabiliste de ces incertitudes, en modélisant les paramètres d'entrée du modèle \mathcal{M} par une variable aléatoire \mathbf{X} à valeurs dans \mathcal{D}_X . La loi de \mathbf{X} est supposée admettre une densité, notée $\pi_X : \mathcal{D}_X \rightarrow \mathbb{R}_+$ dans la suite. Dans le cadre de l'inférence Bayésienne, cette densité est usuellement nommée densité *a priori*, et reflète le niveau de connaissance au sujet de \mathbf{X} [11].

On considère ensuite une variable aléatoire \mathbf{Y} à valeurs dans \mathcal{D}_Y , modélisant des quantités observables, décrivant la réponse du système modélisé par \mathcal{M} . Dans le cadre des problèmes inverses Bayésiens, un modèle de bruit additif Gaussien est généralement utilisé pour relier des observations à la réponse du modèle [9]. Pour une réalisation $\mathbf{x} \in \mathcal{D}_X$ de \mathbf{X} donnée, ce modèle s'écrit comme suit :

$$\mathbf{Y} = \mathcal{M}(\mathbf{x}) + \mathcal{E}, \quad (1)$$

où \mathcal{E} désigne une variable aléatoire Gaussienne à valeurs dans \mathcal{D}_Y , centrée et de matrice de covariance $\Sigma \in \mathbb{R}^{n \times n}$ (i.e., $\mathcal{E} \sim \mathcal{N}(\mathbf{0}, \Sigma)$). L'Eq. (1) définit ainsi la loi conditionnelle des observables \mathbf{Y} sachant $\mathbf{X} = \mathbf{x}$, dont la densité notée $\pi_{Y|X}(\cdot|\mathbf{x})$ est donnée par :

$$\pi_{Y|X}(\mathbf{y}|\mathbf{x}) = \det(2\pi\Sigma)^{-1/2} \exp\left[-\frac{1}{2}(\mathbf{y} - \mathcal{M}(\mathbf{x}))^\top \Sigma^{-1}(\mathbf{y} - \mathcal{M}(\mathbf{x}))\right] = \phi_n(\mathbf{y} - \mathcal{M}(\mathbf{x}); \Sigma), \quad (2)$$

où $\phi_n(\cdot; \Sigma)$ désigne la densité de la loi Gaussienne $\mathcal{N}(\mathbf{0}, \Sigma)$. Pour des données $\mathbf{y} \in \mathcal{D}_Y$ fixées, la densité dans l'Eq. (2) peut être vue comme une fonction $\pi_{Y|X}(\mathbf{y}|\cdot) : \mathcal{D}_X \rightarrow \mathbb{R}_+$, connue sous le nom de *vraisemblance*.

Le théorème de Bayes permet d'obtenir l'expression suivante de la densité conditionnelle de \mathbf{X} sachant $\mathbf{Y} = \mathbf{y}$, ici notée $\pi_{X|Y}(\cdot|\mathbf{y})$:

$$\pi_{X|Y}(\mathbf{x}|\mathbf{y}) = \frac{1}{C_0(\mathbf{y})} \pi_{Y|X}(\mathbf{y}|\mathbf{x}) \pi_X(\mathbf{x}), \quad (3)$$

où $C_0(\mathbf{y}) > 0$ désigne une constante de normalisation définie par :

$$C_0(\mathbf{y}) = \int_{\mathcal{D}_X} \pi_{Y|X}(\mathbf{y}|\mathbf{x}) \pi_X(\mathbf{x}) d\mathbf{x}. \quad (4)$$

La densité dans l'Eq. (3) désigne la densité *a posteriori* des paramètres \mathbf{X} [11]. Elle résume le niveau de connaissance des paramètres d'entrée du modèle, après avoir obtenu des données d'observation [9].

2.1.2 Modélisation du bruit d'observation et du biais de modèle

La formulation présentée dans la Section 2.1.1 met en jeu un modèle de bruit d'observation additif Gaussien simple, faisant l'hypothèse d'une matrice de covariance Σ parfaitement connue. Or, cette dernière est rarement connue en général, ses coefficients englobant à la fois des incertitudes de mesures et de modélisation. Dès lors, on se propose d'adopter une forme paramétrée, s'écrivant $\Sigma(\boldsymbol{\eta})$, où $\boldsymbol{\eta} \in \mathcal{D}_N$ désigne une réalisation d'une variable aléatoire N à valeurs dans un espace paramétrique $\mathcal{D}_N \subset \mathbb{R}^{d'}$. Les paramètres de bruit N ainsi définis sont équipés d'une densité *a priori*, notée $\pi_N : \mathcal{D}_N \rightarrow \mathbb{R}_+$.

De plus, le modèle donné dans l'Eq. (1) ne permet pas de prendre en compte la présence de biais systématiques dans le modèle. Néanmoins, en raison de la complexité des phénomènes physiques représentés et du caractère plus ou moins idéalisé des modèles, les biais de modèle sont souvent rencontrés en pratique.

De ce fait, on étend la formulation de l'Eq. (1) via l'ajout d'un terme de biais, que l'on représente par une fonction $\delta : \mathcal{D}_B \rightarrow \mathcal{D}_Y$, dont les paramètres sont modélisés par une variable aléatoire B à valeurs dans $\mathcal{D}_B \subset \mathbb{R}^{d''}$. Ces paramètres sont également munis d'une densité *a priori* notée $\pi_B : \mathcal{D}_B \rightarrow \mathbb{R}_+$.

Les paramètres de bruit N et de biais B ainsi définis peuvent être inférés conjointement aux paramètres X du modèle \mathcal{M} . Pour ce faire, on définit une densité jointe *a priori* π_Θ pour la variable $\Theta = (X, N, B)$, dont on suppose l'indépendance des marginales :

$$\pi_\Theta(\mathbf{x}, \boldsymbol{\eta}, \boldsymbol{\beta}) = \pi_X(\mathbf{x})\pi_N(\boldsymbol{\eta})\pi_B(\boldsymbol{\beta}). \quad (5)$$

De plus, pour une réalisation $\boldsymbol{\theta} = (\mathbf{x}, \boldsymbol{\eta}, \boldsymbol{\beta}) \in \mathcal{D}_\Theta = \mathcal{D}_X \times \mathcal{D}_N \times \mathcal{D}_B$ donnée, le modèle d'observation de l'Eq. (1) avec prise en compte d'un bruit inconnu et d'un biais de modèle s'écrit :

$$\mathbf{Y} = \mathcal{M}(\mathbf{x}) + \mathcal{E} + \delta(\boldsymbol{\beta}), \quad (6)$$

où $\mathcal{E}|N = \boldsymbol{\eta} \sim \mathcal{N}(\mathbf{0}, \boldsymbol{\Sigma}(\boldsymbol{\eta}))$. La vraisemblance associée à ce modèle d'observation s'écrit alors :

$$\pi_{Y|\Theta}(\mathbf{y}|\boldsymbol{\theta}) = \varphi_n(\mathbf{y} - \mathcal{M}(\mathbf{x}) - \delta(\boldsymbol{\beta}); \boldsymbol{\Sigma}(\boldsymbol{\eta})), \quad (7)$$

où $\boldsymbol{\theta} = (\mathbf{x}, \boldsymbol{\eta}, \boldsymbol{\beta}) \in \mathcal{D}_\Theta$.

Ainsi, de manière analogue à l'Eq. (3), l'application du théorème de Bayes permet d'écrire la densité *a posteriori* des paramètres Θ sachant $\mathbf{Y} = \mathbf{y}$:

$$\pi_{\Theta|Y}(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{y}) = \frac{1}{C(\mathbf{y})} \pi_{Y|\Theta}(\mathbf{y}|\boldsymbol{\theta})\pi_\Theta(\boldsymbol{\theta}), \quad (8)$$

où $C(\mathbf{y}) = \int_{\mathcal{D}_\Theta} \pi_{Y|\Theta}(\mathbf{y}|\boldsymbol{\theta})\pi_\Theta(\boldsymbol{\theta})d\boldsymbol{\theta}$.

2.2 Échantillonnage de la loi *a posteriori*

La détermination de la densité *a posteriori* dans l'Eq. (8) constitue une tâche majeure dans le cadre de l'inférence Bayésienne. La constante de normalisation $C(\mathbf{y})$ intervenant dans son expression est souvent une intégrale multi-dimensionnelle difficile à évaluer en pratique. Dans ce contexte, les méthodes de type *Markov Chain Monte Carlo* (MCMC) [12] sont largement utilisées. Elles permettent d'échantillonner la loi *a posteriori* à partir d'une version non normalisée de sa densité, ce qui permet d'éviter le calcul de la constante $C(\mathbf{y})$.

Toutefois, les méthodes de type MCMC classiques, dont l'algorithme de Metropolis–Hastings [8] en constitue la base, présentent plusieurs désavantages. Tout d'abord, la convergence de tels algorithmes peut être difficile à diagnostiquer en pratique [7]. De plus, la performance de ces algorithmes peut décroître significativement lorsque la dimension de l'espace paramétrique augmente [10].

Dans cette contribution, on se propose d'échantillonner la loi *a posteriori* en utilisant un cadre computationnel récent, à savoir le cadre BUS (*Bayesian Updating with Structural reliability methods*) introduit dans [16]. Ce dernier vise à reformuler le problème de l'inférence Bayésienne en un problème d'estimation de la probabilité d'un évènement rare, ce qui permet notamment l'application d'algorithmes robustes conçus pour une telle tâche.

L'idée principale du cadre BUS consiste à définir une variable aléatoire uniforme $\Upsilon \sim \mathcal{U}([0, 1])$, et de définir l'ensemble suivant dans l'espace paramétrique augmenté $\mathcal{D}_\Theta \times [0, 1]$:

$$\mathcal{F} = \{(\boldsymbol{\theta}, \nu) \in \mathcal{D}_\Theta \times [0, 1] \mid \nu \leq \gamma \pi_{Y|\Theta}(\mathbf{y}|\boldsymbol{\theta})\}, \quad (9)$$

où $\gamma > 0$ est une constante telle que $\gamma \pi_{Y|\Theta}(\mathbf{y}|\boldsymbol{\theta}) \leq 1$, pour tout $\boldsymbol{\theta} \in \mathcal{D}_\Theta$.

Dès lors, il est possible de montrer que toute réalisation de (Θ, Υ) appartenant à \mathcal{F} est un échantillon de la loi *a posteriori* [16]. Dans ce cadre, la densité *a posteriori* dans l'Eq. (8) peut être reformulée comme suit :

$$\pi_{\Theta|Y}(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{y}) = \frac{\pi_\Theta(\boldsymbol{\theta})}{\mathbb{P}_{\mathcal{F}}} \int_0^1 \mathbf{1}_{\mathcal{F}}(\boldsymbol{\theta}, \nu) d\nu, \quad (10)$$

où $\mathbf{1}_{\mathcal{F}}$ désigne la fonction indicatrice de \mathcal{F} , et où $\mathbb{P}_{\mathcal{F}}$ désigne la probabilité que (Θ, Υ) appartienne à \mathcal{F} , c'est-à-dire :

$$\mathbb{P}_{\mathcal{F}} = \int_{\mathcal{D}_{\Theta}} \left(\int_0^1 \mathbf{1}_{\mathcal{F}}(\theta, \nu) \right) \pi(\theta) d\theta. \quad (11)$$

Il est alors possible d'utiliser de nombreux algorithmes d'estimation d'évènements rares pour déterminer la probabilité (11), en particulier l'algorithme *Subset Simulation* (SuS) initialement introduit par [1]. Cet algorithme, visant à construire des échantillons à travers une suite de sous-ensembles décroissant¹ vers \mathcal{F} , est reconnu être particulièrement efficace pour estimer de faibles probabilités, et ce en grande dimension. Dans la suite de cette contribution, on utilisera sa version adaptée cadre BUS proposée dans [2], proposant notamment une actualisation de la constante γ mise en jeu dans (9), au fil de ses itérations. Enfin, un avantage notable de cet algorithme par rapport aux méthodes MCMC réside dans la possibilité d'estimer la constante de normalisation $C(\mathbf{y})$ de la densité *a posteriori* (8), en utilisant la relation $\mathbb{P}_{\mathcal{F}} = \gamma C(\mathbf{y})$ [16].

2.3 Méta-modélisation par chaos polynomiaux

Les algorithmes d'échantillonnage évoqués dans la Section 2.2 requièrent typiquement un grand nombre d'évaluations ($O(10^5)$) de la vraisemblance définie dans l'Eq. (7), et par conséquent du modèle \mathcal{M} . De ce fait, l'utilisation de tels algorithmes dans le cas de modèles EF coûteux présente un coût numérique prohibitif. Par conséquent, une approche classique consiste à substituer le modèle \mathcal{M} par un *méta-modèle*. Dans cette contribution, on se propose d'utiliser des chaos polynomiaux [3], consistant en des séries tronquées de polynômes orthogonaux au sens de la loi *a priori* des paramètres \mathbf{X} . Pour chaque composante de sortie du modèle, il est possible de construire un chaos polynomial de manière non intrusive, par régression à partir d'un ensemble de $K \geq 1$ échantillons $\{\mathbf{x}^{(1)}, \dots, \mathbf{x}^{(K)}\} \subset \mathcal{D}_{\mathbf{X}}$ et $\{\mathcal{M}(\mathbf{x}^{(1)}), \dots, \mathcal{M}(\mathbf{x}^{(K)})\} \subset \mathcal{D}_{\mathbf{Y}}$.

Les quantités d'intérêt de cette contribution étant des grandeurs dépendantes du temps (*e.g.*, déformations), on se propose d'effectuer une analyse en composantes principales (ACP) afin de réduire le nombre de chaos polynomiaux à construire [15]. Ceci permet notamment d'exploiter la corrélation temporelle des grandeurs calculées par le modèle, et d'éviter la redondance de coefficients de chaos polynomiaux calculés sur deux instants contigus. Pour ce faire, on considère la décomposition spectrale de la matrice de covariance $\Sigma_{\mathbf{Y}} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ de la réponse \mathbf{Y} du modèle :

$$\Sigma_{\mathbf{Y}} = \mathbf{W} \Lambda \mathbf{W}^{\top}, \quad (12)$$

où $\mathbf{W} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ et $\Lambda \in \mathbb{R}^{n \times n}$ désignent respectivement la matrice formée des vecteurs propres et la matrice diagonale formée par les valeurs propres de $\Sigma_{\mathbf{Y}}$ (rangées dans l'ordre décroissant).

En notant $\mathbf{W}_r \in \mathbb{R}^{n \times r}$ la matrice formée des $r < n$ premières colonnes de \mathbf{W} , la projection de la réponse (centrée) du modèle sur la base associée à \mathbf{W}_r s'écrit :

$$\mathbf{Z} = \mathbf{W}_r^{\top} (\mathbf{Y} - \mu_{\mathbf{Y}}), \quad (13)$$

où $\mu_{\mathbf{Y}} = \mathbb{E}[\mathbf{Y}] \in \mathcal{D}_{\mathbf{Y}}$ désigne l'espérance de la réponse du modèle. Ensuite, pour $j \in \{1, \dots, r\}$, chaque composante Z_j de \mathbf{Z} est approchée par un chaos polynomial :

$$Z_j(\mathbf{X}) \approx \hat{Z}_j(\mathbf{X}) = \sum_{\alpha \in \mathcal{A}} c_{\alpha} \psi_{\alpha}(\mathbf{X}), \quad (14)$$

où $\mathcal{A} \subset \mathbb{N}^d$ désigne un ensemble fini de multi-indices, $(c_{\alpha})_{\alpha \in \mathcal{A}}$ des coefficients et $(\psi_{\alpha})_{\alpha \in \mathcal{A}}$ une famille de polynômes orthogonaux au sens de la densité *a priori* $\pi_{\mathbf{X}}$. Pour chaque composante, les coefficients sont calculés en utilisant la procédure de régression creuse proposée dans [3], basée sur l'algorithme *Least Angle Regression* (LARS). Ainsi, en notant $\hat{\mathbf{Z}} = (\hat{Z}_j)_{1 \leq j \leq r}$, la réponse du modèle peut être approchée comme suit :

$$\mathbf{Y} \approx \mu_{\mathbf{Y}} + \mathbf{W}_r \hat{\mathbf{Z}}(\mathbf{X}). \quad (15)$$

1. au sens de l'inclusion ensembliste

3 Application aux prévisions du comportement THM à long terme de la maquette VeRCoRs

La méthodologie décrite dans la Section 2 est ici appliquée à la maquette VeRCoRs², consistant en une enceinte de confinement à l'échelle 1 : 3 construite par EDF (*Électricité de France*). Une vue aérienne de la maquette est donnée dans la Fig. 1a. Il s'agit d'une structure en béton précontraint à double paroi visant à étudier les effets du vieillissement sur le comportement physique à long terme des enceintes de confinement de réacteurs nucléaires. Cette structure est notamment soumise à des chargements thermo-hydrauliques et mécaniques visant à représenter les conditions d'exploitation standard d'une enceinte de confinement du parc nucléaire Français. Dans ce contexte, l'air intérieur de la paroi interne (voir Fig. 1b) est chauffé à une température d'environ 35°C, de manière à simuler la présence d'un réacteur en fonctionnement. Tous les ans, le système de chauffage est stoppé pendant quelques semaines, de manière à simuler les arrêts du réacteur durant lesquels des essais de pressurisation de l'enceinte interne sont réalisés. Ces essais consistent à imposer une pression interne pouvant atteindre environ 5.2 bars absolus, afin d'évaluer l'intégrité et l'étanchéité de la paroi interne.

La maquette VeRCoRs dispose d'un grand nombre de capteurs, permettant de mesurer de nombreuses grandeurs d'intérêt relatives au comportement THM du béton (*e.g.*, température, humidité relative, déformations différées). Une vue en coupe de la partie courante (*i.e.*, la partie cylindrique) de la paroi interne, comprenant notamment la localisation de câbles de précontraintes et de capteurs de température et de déformation, est donnée dans la Fig. 1c.

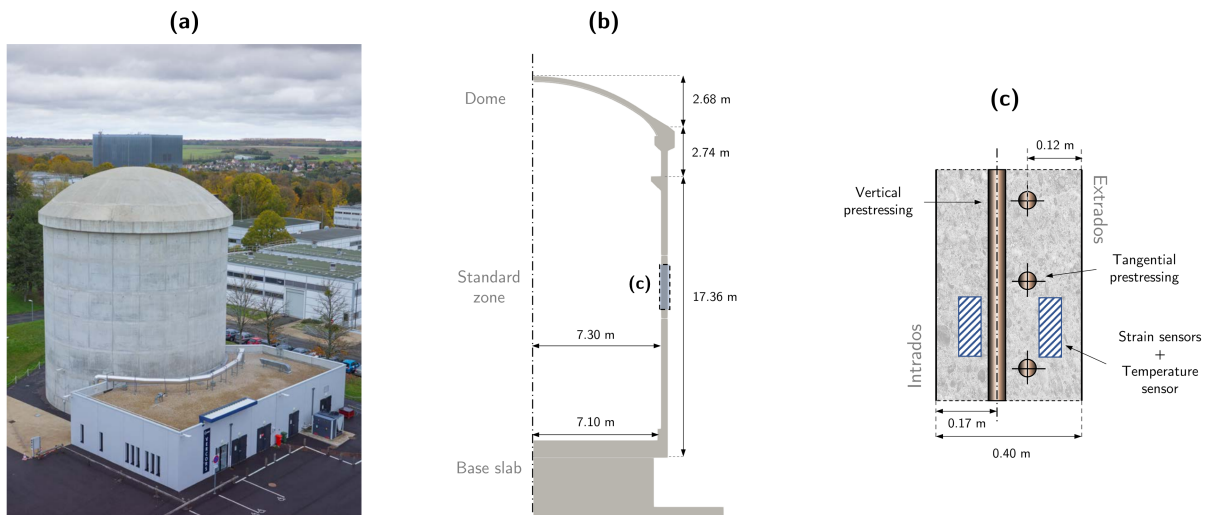


FIGURE 1 – (a) - Vue aérienne de la maquette VeRCoRs - EDF Lab Les Renardières (©EDF); (b) Vue en coupe de la paroi interne; (c) Détail d'une partie courante (câbles de précontrainte et capteurs).

3.1 Modélisation du comportement THM de la maquette VeRCoRs

La présente contribution se focalise sur l'étude du comportement THM à long terme de la partie courante de la paroi interne de la maquette VeRCoRs. Dans ce contexte, une stratégie de modélisation THM dite *faiblement couplée* est adoptée [5, 14, 15]. Cette dernière consiste en la réalisation de calculs chaînés décrivant le comportement thermique, hydrique et mécanique du béton. Les équations constitutives et les lois de comportement sous-jacentes ne sont pas détaillées ici dans un souci de concision, et pourront être trouvées dans [15]. En substance, la stratégie de modélisation permet de décrire l'évolution spatio-temporelle des grandeurs d'intérêts suivantes :

- ▶ la température du béton,
- ▶ la teneur en eau et l'humidité relative du béton, à partir du champ de température (séchage),
- ▶ les contraintes et les déformations élastiques, thermiques, de retrait endogène et de dessiccation, de fluage propre et de dessiccation.

Les formulations faibles des équations constitutives précitées sont résolues numériquement via la méthode des éléments finis, sur un domaine consistant en un volume structural représentatif (VSR) [5] de la partie courante. Il s'agit d'une portion de la partie courante correspondant à un secteur angulaire de 5° , et à une hauteur de 0.42 m. Ce volume permet de représenter trois câbles de précontrainte tangentiels et deux câbles verticaux. Les calculs EF réalisés reposent sur deux maillages présentés dans la Fig. 2, à savoir :

- ▶ un maillage dédié aux calculs thermiques et hydriques, raffiné au droit des faces intrados et extrados, de manière à mieux évaluer les gradients thermo-hydriques (Fig. 2a),
- ▶ un maillage dédié aux calculs mécaniques, plus grossier de manière à limiter le coût numérique (Fig. 2b).

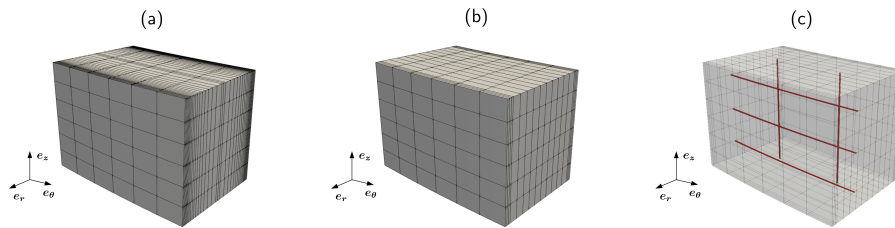


FIGURE 2 – Géométrie et maillages du modèle de partie courante ; (a) Maillage thermique ; (b) Maillage mécanique ; (c) Détail des câbles de précontrainte.

Les conditions aux limites des calculs thermo-hydriques sont définies à partir de la température et de l'humidité relative de l'air ambiant de la maquette. Concernant les conditions aux limites des calculs mécaniques, des conditions d'axisymétrie sont imposées sur les faces latérales du domaine, tandis qu'un déplacement uniforme (respectivement nul) est imposé sur la face supérieure (respectivement inférieure). Deux chargements mécaniques sont considérés, à savoir le poids des volumes situés au dessus de la zone courante, ainsi que la précontrainte. Cette dernière est modélisée par des forces nodales au niveau des câbles (voir Fig. 2c). Enfin, les calculs EF sont réalisés avec le solveur `code_aster` [6].

Le présent modèle comporte 36 paramètres d'entrée, relatifs aux propriétés matériau du béton, des conditions aux limites ou initiales, et à des paramètres de modélisation. En se basant sur une analyse de sensibilité [4], seuls les paramètres significativement influents du modèle sont modélisés par des variables aléatoires. Une loi de probabilité *a priori* est alors définie pour 6 paramètres du modèle. Ces derniers correspondent à des paramètres liés au séchage du béton, à la précontrainte initiale dans les câbles, ainsi qu'au comportement visco-élastique (fluage) du béton.

3.2 Inférence Bayésienne à partir de mesures de déformations différées

On s'intéresse maintenant à l'actualisation des paramètres d'entrée du modèle THM présenté précédemment, à partir d'observations de la réponse de la maquette VeRCoRs. Les données d'observation utilisées dans cette étude consistent en des mesures de déformations différées, réalisées à l'aides de capteurs à corde vibrante situés dans l'épaisseur de la partie courante (voir Fig. 1(b-c)). Dans ce cadre, on considère des séries temporelles de déformations tangentielles et verticales, au niveau de l'intrados et de l'extrados de la partie courante.

La méthodologie d'inférence Bayésienne décrite dans la Section 2 est alors appliquée, en confrontant les historiques de déformations calculés avec le modèle EF aux données de mesures. Dans ce contexte, on suppose un bruit de mesure Gaussien à variance inconnue et constante dans le temps. Cette variance de bruit de mesure est munie d'une loi uniforme faiblement informative. De plus, on suppose l'existence d'un biais de modèle entre les déformations calculées et les mesures : pour chaque composante (*i.e.* tangentielle, verticale) et chaque localisation (*i.e.* intrados, extrados), on définit un terme de biais systématique dont la loi *a priori* est donné par une loi de Laplace, de moyenne nulle [15]. Les paramètres de bruit de mesure et de biais précités sont alors inférés avec les paramètres du modèle THM, en suivant l'approche décrite dans la Section 2.1.2.

L'algorithme *Subset Simulation* évoqué dans la Section 2.2 est utilisé afin d'échantillonner la loi *a posteriori* résultant de la combinaison de la loi *a priori* des paramètres et des mesures de déformations.

Une comparaison des paramètres *a priori* et *a posteriori* est donnée dans la Fig. 3. L'observation des mesures de déformations conduit à un décalage en moyenne plus ou moins important, ainsi qu'à une réduction significative de la variance des paramètres (voir Fig. 3a). Les résultats concernant les paramètres de biais (voir Fig. 3b) suggèrent également l'existence d'un biais de modèle systématique. En effet, le paramètre B_4 , correspondant au biais de modèle associé aux déformations verticales côté extradoss, présente une moyenne *a posteriori* non nulle. Ceci provient des conditions aux limites mécaniques employées dans le modèle de partie courante : le déplacement uniforme imposé sur la face supérieure empêche le modèle de distinguer les déformations verticales intrados et extradoss. *A contrario*, les trois autres paramètres de biais présentent une moyenne *a posteriori* quasiment nulle.

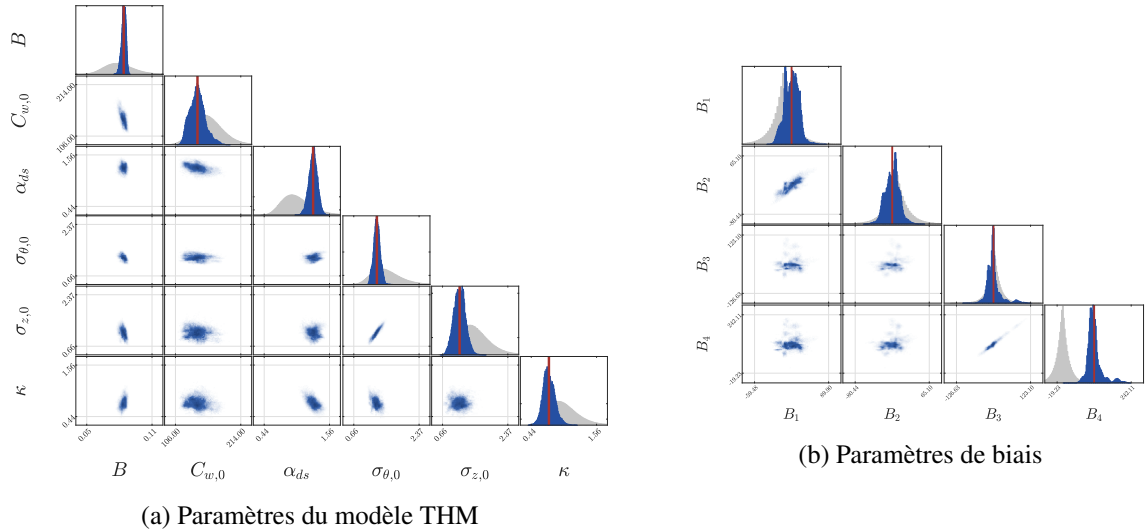


FIGURE 3 – Paramètres *a posteriori* (en bleu) et *a priori* (en gris) - Marginales univariées et bivariées.

Les incertitudes *a posteriori* des paramètres peuvent ensuite être propagées à travers le modèle, afin de réaliser de nouvelles prévisions de l'évolution temporelle des déformations différées. Une comparaison des prévisions *a priori* et *a posteriori* des déformations tangentielles intrados est donnée par la Fig. 4. Du fait des incertitudes *a priori* significatives sur les paramètres d'entrée, les prévisions *a priori* des déformations présentent une variabilité importante. L'inférence Bayésienne permet un léger ajustement de la tendance moyenne des prévisions, ainsi qu'une réduction significative de leurs incertitudes.

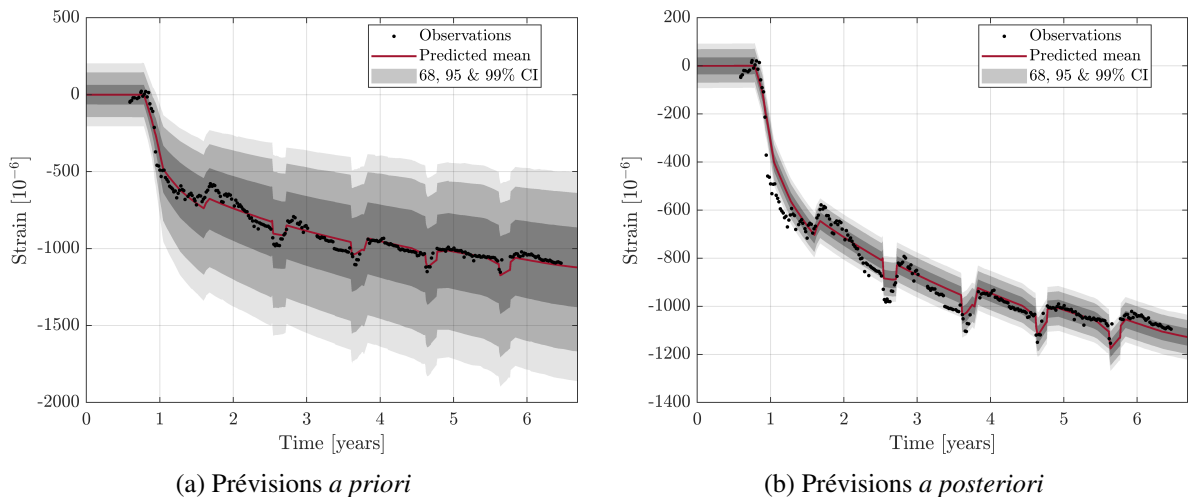


FIGURE 4 – Prévisions de l'évolution temporelle des déformations différées tangentielles intrados - Comparaison aux données de mesures.

Enfin, les prévisions de déformations *a posteriori* obtenues sont comparées aux mêmes prévisions *a posteriori* obtenues sans terme de biais de modèle, dans la Fig. 5. Dans le cas sans terme de biais, l'inférence conduit à un ajustement des déformations verticales prédites, les rapprochant de la moyenne des déformations intrados et extrados mesurées (Fig. 5a). Ceci rejoint le constat fait précédemment concernant l'incapacité du modèle EF à distinguer les déformations verticales intrados et extrados. Dans le cas avec biais, l'inférence d'un terme de biais non nul (voir Fig. 3b) permet une séparation des déformations verticales intrados et extrados. De plus, les incertitudes associées aux prévisions sont plus faibles que dans le cas sans biais.

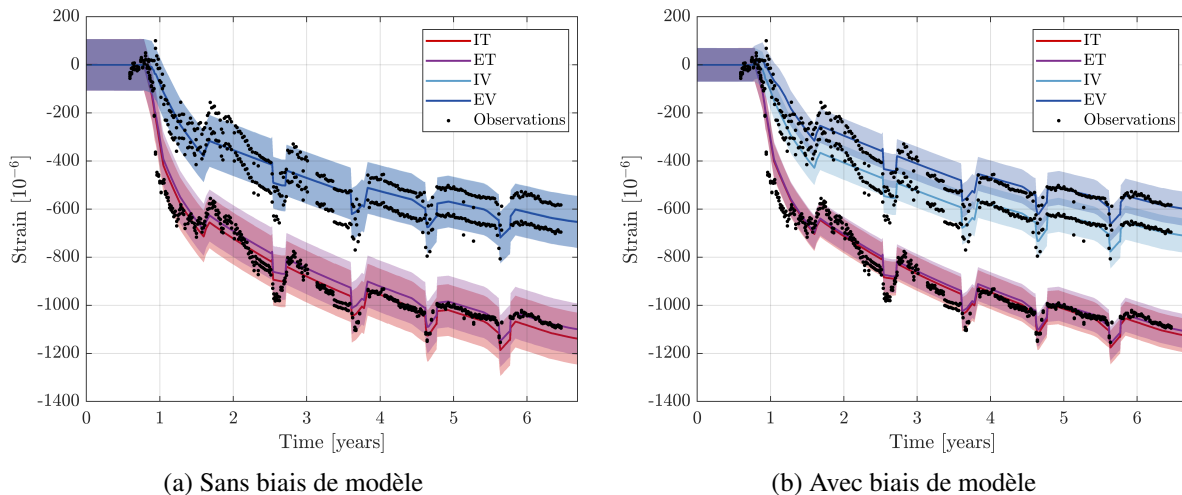


FIGURE 5 – Prévisions *a posteriori* de l'évolution temporelle des déformations différées - Effet de la prise en compte du biais de modèle. Les légendes adoptent les notations suivantes : "T" : tangentielles, "V" : verticales, "I" : intrados, "E" : extrados.

4 Conclusion et perspectives

Cette contribution a présenté une approche basée sur le cadre de l'inférence Bayésienne, permettant l'identification de paramètres incertains à partir de données de mesures. En particulier, l'approche permet de tenir compte d'un bruit d'observation inconnu, ainsi que de la présence de biais systématiques de modélisation. Cette approche a été appliquée au cas d'une grande structure en béton précontraint, sujette aux effets du vieillissement. Dans ce contexte, les paramètres incertains d'un modèle aux éléments finis (EF) décrivant le comportement Thermo-Hydro-Mécanique (THM) global de la structure ont pu être mis à jour, à partir de mesures de déformations différées de la structure. Les incertitudes *a posteriori* des paramètres d'entrée ont ensuite pu être propagées à travers le modèle afin de réaliser de nouvelles prévisions de déformations différées. De plus, par le biais de l'exploitation de données de mesures *in-situ*, l'approche permet d'améliorer la confiance dans les prévisions du modèle THM, et d'identifier d'éventuels biais de modélisation et de corriger les prévisions *a posteriori*.

Enfin, l'approche proposée ici présente un coût numérique acceptable (~ 20 h au total, sans parallélisation des calculs), du fait de l'utilisation de chaos polynomiaux permettant une évaluation rapide de la vraisemblance dans le cadre de l'algorithme d'échantillonnage utilisé. Toutefois, il est à noter que les chaos polynomiaux considérés dans cette contribution sont construits à partir de la loi *a priori* des paramètres du modèle. De ce fait, les chaos polynomiaux ainsi construits constituent une approximation *globale* du modèle EF sur le support de la loi *a priori*. Dans le cas de données fortement informatives, et/ou d'un décalage important de la masse de la loi *a posteriori* par rapport à la loi *a priori*, cette approximation globale peut être imprécise au niveau de la zone de l'espace paramétrique sur laquelle se concentre la masse de la loi *a posteriori*. Dès lors, l'erreur existant entre le méta-modèle et le modèle EF pourrait avoir des répercussions importantes sur l'inférence Bayésienne réalisée. Dans ce cadre, des approches proposant des méta-modèles construits de manière adaptative au fil de l'échantillonnage de la loi *a posteriori* [13] pourraient être considérés dans des applications futures.

Références

- [1] Au, S.-K. and Beck, J. L. (2001). Estimation of small failure probabilities in high dimensions by subset simulation. *Probabilistic Engineering Mechanics*, 16(4) :263–277.
- [2] Betz, W., Papaioannou, I., Beck, J. L., and Straub, D. (2018). Bayesian inference with subset simulation : Strategies and improvements. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 331 :72–93.
- [3] Blatman, G. and Sudret, B. (2011). Adaptive sparse polynomial chaos expansion based on least angle regression. *Journal of Computational Physics*, 230(6) :2345–2367.
- [4] Bouhjiti, D. E.-M., Blasone, M. C., Baroth, J., Dufour, F., Masson, B., and Michel-Ponnelle, S. (2018a). Statistical modelling of cracking in large concrete structures under thermo-hydro-mechanical loads : Application to nuclear containment buildings. part 2 : Sensitivity analysis. *Nuclear Engineering and Design*, 334 :1–23.
- [5] Bouhjiti, D. E.-M., Boucher, M., Briffaut, M., Dufour, F., Baroth, J., and Masson, B. (2018b). Accounting for realistic thermo-hydro-mechanical boundary conditions whilst modeling the ageing of concrete in nuclear containment buildings : Model validation and sensitivity analysis. *Engineering Structures*, 166 :314–338.
- [6] Électricité de France (1989–2023). Finite element `code_aster`, analysis of structures and thermo-mechanics for studies and research. Open source on www.code-aster.org.
- [7] Gelman, A. and Rubin, D. B. (1992). Inference from iterative simulation using multiple sequences. *Statistical Science*, 7(4).
- [8] Hastings, W. K. (1970). Monte Carlo sampling methods using Markov chains and their applications. *Biometrika*, 57(1) :97–109.
- [9] Kaipio, J. and Somersalo, E. (2005). *Statistical and Computational Inverse Problems*. Springer.
- [10] Papaioannou, I., Betz, W., Zwirgmaier, K., and Straub, D. (2015). MCMC algorithms for Subset Simulation. *Probabilistic Engineering Mechanics*, 41 :89–103.
- [11] Robert, C. (2007). *The Bayesian choice : from decision-theoretic foundations to computational implementation*. Springer, New York.
- [12] Robert, C. and Casella, G. (2004). *Monte Carlo Statistical Methods*. Springer Series in Statistics. Springer, New York, 2nd edition.
- [13] Rossat, D., Baroth, J., Briffaut, M., and Dufour, F. (2022). Bayesian inversion using adaptive Polynomial Chaos Kriging within Subset Simulation. *Journal of Computational Physics*, 455 :110986.
- [14] Rossat, D., Baroth, J., Briffaut, M., Dufour, F., Masson, B., Monteil, A., and Michel-Ponnelle, S. (2022b). Bayesian updating for nuclear containment buildings using both mechanical and hydraulic monitoring data. *Engineering Structures*, 262 :114294.
- [15] Rossat, D., Baroth, J., Briffaut, M., Dufour, F., Monteil, A., Masson, B., and Michel-Ponnelle, S. (2023). Bayesian inference with correction of model bias for Thermo-Hydro-Mechanical models of large concrete structures. *Engineering Structures*, 278 :115433.
- [16] Straub, D. and Papaioannou, I. (2015). Bayesian updating with structural reliability methods. *Journal of Engineering Mechanics*, 141(3) :04014134.