CSMA 2024
16ème Colloque National en Calcul des Structures
13-17 mai 2024, Presqu'île de Giens (Var)

Identification des chargements à la roue par fusion de données avec un jumeau numérique multicorps tridimensionnel de véhicule

Z. Dimitrijević[1], A. Debarbouillé[2], F. Renaud[2],
J.L. Dion[2], L. Rota[1]
[1] *Stellantis, CEMR,Poissy, France,* zoran.dimitrijevic@stellantis.com
[2] *Laboratoire quartz, ISAE-SupMéca, Saint-Ouen, France,* alexandre.debarbouille@isae-supmeca.fr, franck.renaud@isae-supmeca.fr, jean-luc.dion@isae-supmeca.fr

Résumé —La conception des éléments de la suspension d'un véhicule et de leurs interfaces avec la caisse nécessite la connaissance des chargements à la roue lors des roulages effectués sur route ouverte par la clientèle. Les méthodes actuelles considèrent généralement des structures à comportement dynamiques linéaires et une fusion de données prenant en compte des mesures issus de jauges de contraintes et d'accéléromètres. Les chargements extrêmes en queue de distributions sont alors très mal identifiés. Nous avons donc développé ici une méthode de fusion de données par filtre de Kalman étendu, augmenté et contraint prenant en compte un jumeau numérique multicorps de véhicule à comportement dynamique non linéaire et n'utilisant que des mesures accélérométriques.
Mots clefs — fusion de données, filtre de Kalman, jumeau numérique, modèle multicorps, identification de chargements.

1. Introduction

La distribution des chargements à la roue dus aux irrégularités de la route (ralentisseurs, nids de poule, bosses…) est généralement déterminée par des roulages clientèles de véhicules instrumentés d'accéléromètres, de jauges de contraintes et de capteurs de débattement. A partir de ces mesures, réalisées sur route ouverte, et la connaissance de fonctions de transferts, ou bien de surface de réponse entre les différents points de mesures, il est possible d'identifier les chargements aux roues du véhicule. Malheureusement, même en utilisant des techniques de machine learning ou de réseau de neurones pour identifier ces surfaces de réponses, ces méthodologies échouent dans l'identification des chargements en queue de distribution. En effet cela nécessite une connaissance a priori de la base de données d'apprentissage de description des routes que la clientèle parcourt et la manière dont elle sollicite le véhicule. Nous présentons ici une méthodologie permettant la fusion de données de mesures (a minima sans jauges de contraintes) à partir d'un jumeau numérique de véhicule multicorps tridimensionnel pour identifier les chargements à la roue.

Dans [2] on retrouve une approche faisant appel au concept de capteurs virtuels pour estimer les efforts au centre de roue d'un quart de véhicule posé sur un banc de validation : ce demi-train de véhicule est composé de quelques solides rigides et déformables sur lesquels sont posés des accéléromètres ainsi que des jauges de contraintes (sur le triangle). Cette première approche a été améliorée par les auteurs en considérant dans [3] les non-linéarités de la suspension et un filtre de Kalman étendu pour la fusion des données. Ici nous nous proposons de prendre en compte un véhicule complet : une caisse rigide et les trains avant et arrière du véhicule avec prise en compte des non-linéarités de comportement élasto-cinématique. Les données de mesures du véhicule sont issues essentiellement d'une centrale inertielle (angles et vitesses angulaires de la caisse), des accélérations tridimensionnelles de chacun des solides du système dynamique, de la vitesse du véhicule et des données GPS lors des roulages sur route. La principale difficulté de la méthodologie proposée est la prédiction de l'attitude du véhicule et sa stabilisation. Dans [5] les auteurs utilisent une relation entre le quaternion et les données gyroscopiques pour décrire l'attitude d'un engin en vol. En général l'estimation de l'attitude d'un engin est réalisée à partir des mesures issues d'un accéléromètre triaxe et d'un magnétomètre, le modèle d'état décrivant l'évolution d'un gyroscope [8]. Dans le domaine automobile nous utilisons un odomètre ou bien les données GPS dans le modèle de mesure pour améliorer cette estimation [9]. Lorsque le quaternion est utilisé pour décrire l'attitude du véhicule, l'équation de la normalisation de ce quaternion est intégrée au processus du filtre de Kalman comme une équation de contrainte dont la prise en charge sera décrite ci-après. Il existe d'autres manières de prendre en compte les contraintes du modèle dynamique (ici en outre principalement les contraintes de liaison cinématique) dans le modèle de mesure [10, 11], ces méthodes sont alors appelées modèle de mesure parfait. Cependant dans [11] les auteurs montrent que cette approche à une singularité numérique. En effet les incertitudes sur les contraintes sont nulles et la matrice de covariance de mesure devient singulière. Une autre approche présentée dans [12] que nous avons adoptée et nous présentons par la suite intervient sur le gain de Kalman afin de respecter les équations de contraintes dans le modèle d'état.

2. Jumeau numérique multicorps du véhicule

2.1. Background

Ici on rappelle le concept de quaternion que nous utilisons pour décrire l'orientation d'un solide dans l'espace tridimensionnel. Le quaternion évite principalement les problèmes de blocage de cardan des matrices de rotation. On reprend les notations issues de [13] pour un quaternion $\underline{p}$:

$$\underline{p} = \cos\frac{\theta}{2} + i\,\underline{u}\sin\frac{\theta}{2}$$

Où θ est l'angle de rotation du solide autour de son axe défini par le vecteur unitaire $\underline{u}$. Le quaternion est alors un nombre à quatre dimensions dont trois sont purement imaginaires. Par définition on pose aussi $\underline{pp^t} = 1$ (1).

2.2. Les équations multicorps du véhicule

Dans un premier temps, le véhicule est représenté par des solides rigides. Soit $\underline{x_k}$ la position du centre de gravité du solide S_k dans le référentiel terrestre et $\underline{P_k}$ le quaternion représentant son attitude. On note alors $\underline{q_k} = \left(\underline{x_k^t}\ \underline{p_k^t}\right)^t$ le vecteur d'état du solide S_k. Afin de calculer les accélérations de ce solide S_k on utilise le principe des puissances virtuelles. On retrouve dans [14] l'expression des accélérations non contraintes de chacun des solides rigides menant à une équation du type :

$$\underline{\underline{\mathfrak{M}}}_k \underline{\ddot{\mathbf{q}}} = \sum_j \left(\underline{\underline{\mathbf{D}}}_{k,j}\underline{\mathbf{F}}_{k,j}\right) - \underline{\mathcal{J}}_k \qquad (2)$$

Où $\underline{\underline{\mathfrak{M}}}_k$ est la matrice de masse, $\underline{\mathcal{J}}_k$ un terme inertiel, $\underline{\mathbf{F}}_{k,j}$ le vecteur des forces et des moments qui s'applique au point j du solide k et $\underline{\underline{\mathbf{D}}}_{k,j}$ une matrice de localisation dépendant du vecteur d'état et de la géométrie. Afin de prendre en compte la contrainte de normalisation des quaternions (1) on fait le choix d'utiliser la méthode des multiplicateurs de Lagrange [14] et l'équation de la dynamique du solide k devient :

$$\underline{\underline{\mathcal{M}}}_k \begin{pmatrix} \underline{\ddot{\mathbf{q}}}_k \\ \lambda_{\underline{\mathbf{p}},k} \end{pmatrix} = \underline{\mathbf{F}}_k$$

Avec $\underline{\underline{\mathcal{M}}}_k = \begin{bmatrix} \underline{\underline{\mathfrak{M}}}_k & \underline{\mathbb{G}}^t_{\underline{\mathbf{p}},k} \\ \underline{\mathbb{G}}_{\underline{\mathbf{p}},k} & 0 \end{bmatrix}$ et $\underline{\mathbf{F}}_k = \begin{pmatrix} \sum_j \left(\underline{\underline{\mathbf{D}}}_{k,j}\underline{\mathbf{F}}_{k,j}\right) - \underline{\mathcal{J}}_k \\ L_{\underline{\mathbf{p}},k} + \mathcal{W}_{\underline{\mathbf{p}},k} \end{pmatrix}$

Où $\lambda_{\underline{\mathbf{p}},k}$ est un multiplicateur de Lagrange. On ajoute $\mathcal{W}_{\underline{\mathbf{p}},k}$ un terme de stabilisation dans l'équation (2) pour compenser la déviation inhérente à la méthode en utilisant la méthode de stabilisation de Baumegarte [15]. En outre la prise en compte des contraintes cinématiques entres les différents solides avec les multiplicateurs de Lagrange mène finalement à l'expression générale suivante des équations de la dynamique du jumeau numérique de véhicule :

$$\begin{bmatrix} \underline{\underline{\mathbf{M}}} & \underline{\underline{\mathbb{G}}}^t_B \\ \underline{\underline{\mathbb{G}}}_B & \underline{\underline{0}} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{\mathbf{q}} \\ \underline{\lambda}_B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{\mathbf{F}} \\ \underline{\mathbf{L}}_B + \underline{\mathcal{W}}_B \end{pmatrix}$$

Où $\underline{\underline{\mathbf{M}}} = \begin{bmatrix} \underline{\underline{\mathcal{M}}}_1 & & \\ & \ddots & \\ & & \underline{\underline{\mathcal{M}}}_{k_S} \end{bmatrix}$, $\underline{\mathbf{F}} = \begin{pmatrix} \underline{\mathbf{F}}_1 \\ \vdots \\ \underline{\mathbf{F}}_{k_S} \end{pmatrix}$ et $\underline{\lambda}_B = \left(\lambda_{\underline{\mathbf{p}},k_S}\right)^t$.

3. Filtre de Kalman étendu augmenté et contraint (CAE-KF)

3.1. Formulation contrainte du filtre de Kalman étendu (CEKF)

Dans ce paragraphe nous introduisons la méthode de fusion de données par Filtre de Kalman pour un système dynamique non-linéaire contraint. Avant tout on pose les notations suivantes pour un symbole X donné :

Prédiction : $\overline{X}$

Estimation : $\hat{X}$

Le filtre de Kalman est une méthode commune apparue dans les années 60 [1] afin d'estimer l'état d'un système dynamique à partir de données de mesures. Cette estimation se déroule en deux étapes de manière récurrente à chaque pas de temps : une prédiction calculée à l'instant *n* et une correction réalisée à l'instant *n+1* à partir de l'équation de mesure. Pour un système dynamique « faiblement » non linéaire on utilise le filtre de Kalman étendu (Extended Kalman Filter, EKF). Le schéma suivant explique la procédure du EKF :

Prédiction
$$\begin{cases} \overline{\underline{\mathbf{X}}}^{n+1} = & \underline{\mathbf{f}}\left(\hat{\underline{\mathbf{X}}}^n\right) \\ \overline{\underline{\underline{\mathbf{P}}}}^{n+1} = & \underline{\underline{\mathbb{F}}}\hat{\underline{\underline{\mathbf{P}}}}^n\underline{\underline{\mathbb{F}}} + \underline{\underline{\mathbf{Q}}} \end{cases}$$

Correction
$$\begin{cases} \hat{\underline{\mathbf{X}}}^{n+1} = & \overline{\underline{\mathbf{X}}}^n - \underline{\underline{\mathbf{K}}}\left(\underline{\mathbf{h}}\left(\overline{\underline{\mathbf{X}}}^n\right) - \underline{\mathbf{Y}}^n\right) \\ \hat{\underline{\underline{\mathbf{P}}}}^{n+1} = & \left(\underline{\underline{\mathbf{I}}}_{ns} - \underline{\underline{\underline{\mathbf{K}\mathbb{H}}}}\right)\overline{\underline{\underline{\mathbf{P}}}}^n \end{cases}$$

Avec
$$\begin{cases} \underline{\underline{\mathbf{K}}} = & \overline{P}^n \underline{\underline{\mathbb{H}}}^t \left(\underline{\underline{\mathbb{H}}}\overline{P}^n \underline{\underline{\mathbb{H}}}^t + \underline{\underline{\mathbf{R}}}\right)^{-1} \\ \underline{\underline{\mathbb{F}}} = & \frac{\partial \underline{\mathbf{f}}}{\partial \underline{\mathbf{X}}}\left(\underline{\mathbf{X}}^n\right) \\ \underline{\underline{\mathbb{H}}} = & \frac{\partial \underline{\mathbf{h}}}{\partial \underline{\mathbf{X}}}\left(\overline{\underline{\mathbf{X}}}^{n+1}\right) \end{cases}$$

Où $\underline{\mathbf{f}}$ est la fonction non linéaire de prédiction du modèle, $\underline{\underline{\widehat{\mathbf{P}}}}$ est la matrice de covariance de l'erreur d'état, $\underline{\mathbf{h}}$ la fonction du modèle de mesure et Y est le vecteur des mesures réelles, c'est-à-dire $\overline{\underline{Y}}^{n+1} = h(\overline{\underline{\mathbf{X}}}^{n+1})$. $\underline{\underline{\mathbf{Q}}}$ et $\underline{\underline{\mathbf{R}}}$ sont les matrices de covariances des modèles de prédiction et de mesure. On note alors CEKF le filtre de Kalman étendu contraint où l'état estimé $\underline{\hat{X}}^{n+1}$ est contraint de suivre exactement l'équation des contraintes $\underline{g_k}(\underline{X}) = \underline{0}_{Nc}$, où *Nc* est le nombre de contraintes du système dynamique. Sachant que l'équation des contraintes est non linéaire nous utilisons la méthode de l'estimation projetée, présentée dans [11] : le filtre EKF renvoie $\hat{X}$ une estimation du vecteur d'état réel X et on projette $\hat{X}$ alors sur la surface des contraintes. L'estimation contrainte est donnée finalement par :

$$\begin{cases} \underline{\hat{\mathbf{X}}}_c = \underline{\hat{\mathbf{X}}} - \underline{\underline{\mathbf{J}}}\, \underline{\mathbf{g}}_c\left(\underline{\hat{\mathbf{X}}}\right) \\ \underline{\underline{\hat{\mathbf{P}}}}_c = \left(\underline{\underline{\mathbf{I}}} - \underline{\underline{\mathbf{J}}}\,\underline{\underline{\mathbb{G}}}\right)\left(\underline{\underline{\hat{\mathbf{P}}}}\right) \end{cases}$$

Avec $\underline{\underline{\mathbf{J}}} = \underline{\underline{\widehat{\mathbf{P}}\,\mathbb{G}^t}}\left(\underline{\underline{\mathbb{G}\widehat{\mathbf{P}}\mathbb{G}^t}}\right)^{-1}$ et $\underline{\underline{\mathbb{G}}} = \frac{\partial \underline{\mathbf{g}}}{\partial \underline{\mathbf{X}}}\left(\underline{\widehat{\mathbf{X}}}\right)$.

3.2. Modèle de prédiction du CEKF pour le modèle multicorps de véhicule

L'excitation du système dynamique est issue de l'environnement externe du véhicule modélisé, c'est-à-dire la route. Nous avons choisi de caractériser la route par un effort dans les directions verticales et horizontales qui excitent le centre de la roue. Les équations décrivant cet effort sont exprimées dans le modèle de prédiction de manière générale par :

$$\zeta^{n+1} = \underline{\underline{\mathbf{A}}}_\zeta \zeta^n + \underline{\mathbf{B}}_\zeta$$

Si on note *dt* le pas de temps constant décrivant l'échantillonnage temporel des mesures et des équations de prédiction du modèle d'état, ces dernières sont exprimées par :

$$\begin{cases} \underline{\mathbf{q}}_k^{n+1} = & \underline{\mathbf{q}}_k^n + dt\, \underline{\dot{\mathbf{q}}}_k^n + \frac{dt^2}{2} \underline{\ddot{\mathbf{q}}}_k^n \\ \underline{\dot{\mathbf{q}}}_k^{n+1} = & \underline{\dot{\mathbf{q}}}_k^n + dt\, \underline{\ddot{\mathbf{q}}}_k^n \end{cases} \tag{3}$$

Soit $X = \left(\underline{\mathbf{q}}^{\boldsymbol{t}},\ \underline{\dot{\mathbf{q}}}, \zeta\ \right)^t$, le modèle d'état pris en compte dans le filtre de Kalman s'écrit alors sous forme matricielle : $\underline{\boldsymbol{X}}^{n+1} = \underline{\boldsymbol{f}}(X^n) + \epsilon_X$ (4) avec $\underline{\boldsymbol{f}}(X^n) = \begin{bmatrix} \underline{\underline{\mathbf{I}}} & dt\underline{\underline{\mathbf{I}}} & \underline{\underline{\mathbf{0}}} \\ \underline{\underline{\mathbf{0}}} & \underline{\underline{\mathbf{I}}} & \underline{\underline{\mathbf{0}}} \\ \underline{\underline{\mathbf{0}}} & \underline{\underline{\mathbf{0}}} & \underline{\underline{\mathbf{A}}} \end{bmatrix} + \begin{pmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{dt^2}{2} \\ dt \end{Bmatrix} \otimes \underline{\ddot{\mathbf{q}}}^n \\ \underline{\mathbf{0}} \end{pmatrix}$ et où $\underline{\underline{\mathbf{A}}}$

est une matrice décrivant l’évolution de paramètres du système dynamique dans un cadre général. La matrice jacobienne de $\underline{\boldsymbol{f}}$, notée $\underline{\underline{\mathbb{F}}}$ est donnée par l’expression :

$$\underline{\underline{\mathbb{F}}} = \begin{bmatrix} \underline{\underline{\mathbf{I}}} & dt\underline{\underline{\mathbf{I}}} & \underline{\underline{\mathbf{0}}} \\ \underline{\underline{\mathbf{0}}} & \underline{\underline{\mathbf{I}}} & \underline{\underline{\mathbf{0}}} \\ \underline{\underline{\mathbf{0}}} & \underline{\underline{\mathbf{0}}} & \underline{\underline{\mathbf{A}}} \end{bmatrix} + \begin{pmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{dt^2}{2} \\ dt \end{Bmatrix} \otimes \frac{\partial \ddot{\underline{\mathbf{q}}}^n}{\partial \underline{\mathbf{X}}^n} \\ \underline{\underline{\mathbf{0}}} \end{pmatrix}$$

Avec $\begin{Bmatrix} \frac{\partial \ddot{\underline{q}}^n}{\partial \underline{\mathbf{X}}^n} \\ \frac{\partial \underline{\lambda}_B^n}{\partial \underline{\mathbf{X}}^n} \end{Bmatrix} = -\underline{\underline{\mathbf{M}}} \left[\frac{\partial \underline{\underline{\mathbf{M}}}}{\partial \underline{\mathbf{X}}^n} \begin{pmatrix} \ddot{\underline{q}}^n \\ \underline{\lambda}_B^n \end{pmatrix} + \frac{\partial}{\partial \underline{\mathbf{X}}^n} \left(\begin{Bmatrix} \underline{\mathbf{F}} \\ \underline{\mathbf{L}} + \underline{\mathcal{W}} \end{Bmatrix} \right) \right].$

3.3. Correction du filtre de Kalman contraint étendu et augmenté (CAEKF)

Ici la caisse du véhicule est représentée par le solide S_1. Les observations réalisées sont issues d’accéléromètres triaxe, gyroscope, GPS et tachymètre posés sur la caisse. Plus précisément le gyroscope mesure le taux de rotation de la caisse dans son référentiel propre. Les accéléromètres mesurent les accélérations de la caisse du véhicule dans le référentiel de la caisse en 4 différents points non coplanaires. D’autres accéléromètres triaxe sont posés sur les roues du véhicule. La gravité est prise en compte dans ces mesures. La position du véhicule est mesurée par le GPS. Le tachymètre mesure quant à lui la vitesse longitudinal de la caisse. Dans le cas d’un roulage sans glissement, les vitesses dans les 2 autres directions sont considérées comme des bruits sans biais. On fait également l’hypothèse que les bruits de mesures sont des bruits Gaussien, de moyenne nulle et non corrélés. L’équation de mesure définie par la fonction $\underline{\mathbf{h}}(\underline{\mathbf{X}})$ s’écrit :

$$\underline{\mathbf{Y}} = \begin{pmatrix} \underline{\mathbf{y}}_{acc,1} \\ \vdots \\ \underline{\mathbf{y}}_{acc,n_{acc}} \\ y_{gyro} \\ \underline{\mathbf{y}}_{GPS} \\ \underline{\mathbf{y}}_{tacho} \end{pmatrix} = \underline{\mathbf{h}}(\underline{\mathbf{X}}) + \underline{\varepsilon}_Y$$

$$\begin{cases} \underline{\mathbf{y}}_{acc,j} & = \underline{\underline{\mathbf{R}}}_{0,k} \left(\ddot{\underline{\mathbf{x}}}_j + 2 \left(\overset{+}{\underline{\underline{\mathbf{p}}}}_k \overset{+}{\underline{\underline{\ddot{\mathbf{p}}}}}_k + \overset{+}{\underline{\underline{\dot{\mathbf{p}}}}}_k \overset{+}{\underline{\underline{\dot{\mathbf{p}}}}}_k \right) \mathcal{G}\mathcal{P}_j^k + \underline{\mathbf{a}}_{grav} \right) + \underline{\varepsilon}_{acc} \\ y_{gyro} & = \underline{\Psi}^{\underline{\mathbf{p}}_1} + \varepsilon_{gyro} \\ \underline{\mathbf{y}}_{GPS} & = \underline{\mathbf{x}}_1 + \underline{\varepsilon}_{GPS} \\ \underline{\mathbf{y}}_{tacho} & = \underline{\underline{\mathbf{R}}}_{0,1} \dot{\underline{\mathbf{x}}}_1 + \underline{\varepsilon}_{tacho} \end{cases}$$

On vient alors augmenter l’état du système par les efforts centre de roue dans les trois directions de l’espace.

4. Validation de la méthodologie

La méthodologie a été validée pour un modèle multicorps 2D de véhicule (par symétrie transversale) et l’identification des efforts centre de roue sur le passage d’obstacles symétriques [16]. La méthode est pour le moment en cours de déploiement dans le cas du véhicule 3D et les résultats seront présentés lors de la conférence.

5. Conclusion

Un filtre de Kalman étendu contraint et augmenté a été développé et adapté pour un modèle multicorps de véhicule 3D. Cette approche prend en compte les équations de contraintes dues à l'élastocimeatique et les non-linéarités de comportement des trains. Ce filtre est conçu pour identifier les chargements à la roue du véhicule lorsqu'il roule sur route ouverte à partir de mesures essentiellement accélérométriques, un gyroscope, de la vitesse du véhicule et du GPS. Ces capteurs sont suffisants pour estimer l'attitude du véhicule et les efforts centre de roue.

6. Aknowledgement

Ces travaux ont été réalisé lors de la thèse CIFRE mené par Alexandre Debrabouillé, convention signée entre l'Association Nationale de la Recherche et de la Technologie et Stellantis, compagnie automobile.

Références

[1] Kalman R. E. A new approach to linear filtering and prediction problems". Transaction of the ASME, Journal of Basic Engineering, 82:35–45, March 1960

[2] E. Risaliti J. Van Cauteren T. Tamarozzi B. Cornelis W. Desmet. "Virtual sensing of wheel centre forces by means of a linear state estimator". PROCEEDINGS OF ISMA, Leuven, Belgium, September 2016.

[3] E. Risaliti, T. Tamarozzi, B. Cornelis, W. Desmet. "Virtual sensing of wheel centre loads on a McPherson suspension". International Conference on Noise and Vibration Engineering, September 2018.

[4] M.I. Ribeiro. "Kalman and extended Kalman filters: Concept, derivation and properties". February 2004.

[5] F.L. Markley M.D. Shuster E j Leffens. Kalman filtering for spacecraft attitude estimation. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 5:417–429, january 1982.

[6] D. Brétaille, F. Peyret, C. Joly, "Comparative study of non-linear filtering techniques applied to real time 2d". Traitement du signal, 25:201–220, January 2008.

[7] Z. Zhou, L. Zhao, C. Wan, H. Tang, S. Xue, L. Xie. Parameter identification for structural health monitoring with extended Kalman filter considering integration and noise effect. Applied Sciences, 8:2076–3417, December 2018.

[8] Aida Makni. Fusion de données inertielles et magnétiques pour l'estimation de l'attitude sous contrainte ´énergétique d'un corps rigide accéléré. traitement du signal et de l'image. PhD.Thesis, Université Grenoble Alpes, 2016.

[9] E. Salaun, P. Martin. "Generalized multiplicative extended Kalman filter for aided attitude and heading reference system". Guidance Navigation, and Control Conference, August 2010

[10] Y. Yang. Robust kalman filtering with constraints: A case study for integrated navigation. Journal of Geodesy, 84:373–381, June 2010.

[11] D. Simon. "Kalman filtering with state constraints : a survey of linear and nonlinear algorithms". Control Theory Applications, 4:1303 – 1318, September 2010.

[12] J. Chandrasekar Harish, J. Palanthandalam-Madapusi, Bruno Otavio, Soares Teixeira. "Gain-constrained Kalman filtering for linear and nonlinear systems". Transactions on signal processing, 56:4113–4123, September 2008.

[13] Jack C. K. Chou. "Quaternion kinematic and dynamic differential equations". Transaction on robotics and automation, 8:53 – 64, February 1992.

[14] A. Débarbouillé, F. Renaud, Z. Dimitrijevic, D. Chojnacki, L. Rota, and J-L. Dion. Wheel forces estimation with an augmented and constrained extended Kalman filter applied on a nonlinear multi-body model of a half vehicle". Procedia Structural Integrity, 38:342–351, 2022. Fatigue Design 2021, International Conference Proceedings, 9th Edition, Senlis, France.

[15] P. Flores, M. Machado, E. Seabra, M. Tavares da Silva. "A parametric study on the Baumgart stabilization method for forward dynamics of constrained multi-body systems". Journal of Computational and Nonlinear Dynamics, 6, January 2011.

[16] Z. Dimitrijevic, A. Débarbouillé, F. Renaud, J.L. Dion, L. Rota. Suspension loads estimation using a constrained augmented extedended Kalman Filter and a twin multibody vehicle for fatigue design, SIA conference simulation, avril 2023.