

# Identification et suivi de l'endommagement structural à l'aide de mesures expérimentales et d'une approche par filtre de Kalman modifié

S. Farahbakhsh<sup>1</sup>, L. Chamoin<sup>1,2</sup>, M. Poncelet<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Université Paris-Saclay, CentraleSupélec, ENS Paris-Saclay, CNRS, LMPS, Laboratoire de Mécanique Paris-Saclay, 91190, Gif-sur-Yvette, France, sahar.farahbakhsh,ludovic.chamoin,martin.poncelet@ens-paris-saclay.fr

<sup>2</sup> IUF, Institut Universitaire de France, 1 rue Descartes, 75231 Paris CEDEX 5, France

**Résumé** — Dans cette étude, une approche par filtre de Kalman modifié est appliquée en utilisant des données de déformation, obtenues par des capteurs à fibre optique à diffusion de Rayleigh lors d'un essai de flexion 4-points. L'objectif de cette approche est d'identifier les paramètres et de détecter d'éventuels endommagements. Les résultats sont comparés à l'identification de paramètres résultant d'une application séquentielle de l'Erreur en Relation de Comportement modifiée, et se révèlent plus efficaces en termes de calcul. Les limites de cette approche et les perspectives de recherche future sont discutées.

**Mots clés** — Filtre de Kalman modifié, Erreur en Relation de Comportement modifiée, Identification.

## 1 Introduction

Dans le domaine de l'ingénierie, la surveillance de l'état des structures est devenue un élément crucial. Les systèmes mécaniques et les structures sont de plus en plus équipés de capteurs qui surveillent en continu leur état opérationnel, permettant ainsi le suivi en temps réel de la santé structurelle et de la progression des endommagements. Les systèmes de surveillance avancés peuvent grandement améliorer la sécurité globale et la longévité des structures en permettant des ajustements en temps réel des charges de service, notamment sur les structures légèrement endommagées. Ainsi, le système peut encore être exploité dans un mode dégradé tout en réduisant l'extension de ses endommagements, ce qui se traduit par une optimisation de la maintenance du système. En outre, les données acquises par les capteurs peuvent servir à construire un jumeau numérique de la structure, offrant ainsi des indications sur les phénomènes physiques qui influencent la structure, grâce aux mesures en temps réel [1].

La mise en œuvre d'un tel dispositif nécessite la résolution séquentielle d'un problème inverse mal posé. L'Erreur en Relation de Comportement modifiée (ERCm, mCRE en anglais) s'avère être une approche puissante à cet égard, consistant en un algorithme de minimisation en deux étapes qui résout de manière itérative le problème inverse [2]. La caractéristique distinctive de la mCRE réside dans sa capacité à considérer différemment les sources d'information fiables de celles qui sont moins fiables. Elle considère l'emplacement des capteurs et les conditions limites connues comme étant fiables, tandis que les relations de comportement, les conditions limites mal connues et les données de mesure sont considérés comme moins fiables. Dans la formulation de la mCRE, les informations fiables sont imposées, tout en relâchant les contraintes sur les données moins fiables. La mCRE peut être considéré comme une minimisation des moindres carrés concernant l'erreur de mesure, qui est régularisée par un terme d'erreur de modèle, appelé l'Erreur en Relation de Comportement (CRE en anglais), qui ajoute un sens physique fort au problème de minimisation. L'analyse du terme CRE de la mCRE permet de détecter les zones où l'erreur de modèle est considérable, et d'adapter en conséquence l'espace paramétrique. Ces caractéristiques font de la mCRE une méthode d'identification robuste, surtout face à des mesures bruitées ou corrompues [3].

En intégrant la mCRE dans un dispositif d'assimilation de données tel que les filtres de Kalman, on obtient une procédure de mise à jour du modèle, appelée filtre de Kalman modifié dual (MDKF en anglais) [4], qui respecte la nécessaire séquentialité exigée par la surveillance du système à la volée et qui compense la sensibilité des filtres de Kalman aux mesures bruitées. En outre, la méthode MDKF est mieux adaptée aux applications en temps réel, car elle ne nécessite pas de démarche itérative pour l'identification des paramètres.

Dans cette étude, des capteurs à Fibres Optiques Distribués (DOFS en anglais) ont été employés dans des échantillons de poutre en béton soumis à un essai de flexion 4 points quasi-statique. Les données acquises ont été utilisées dans les approches mCRE et MDKF pour identifier en ligne les paramètres du modèle et détecter les endommagements potentiels à chaque étape du processus. De plus, la composante CRE de la fonctionnelle a été analysée pour repérer les zones présentant une importante erreur de modélisation, ainsi que pour l'adaptation de l'espace paramétrique en utilisant la méthode des éléments finis à grille cartésienne (cgFEM en anglais). La section suivante explique brièvement le dispositif expérimental de cette étude. Les techniques numériques telles que CRE, mCRE et cgFEM sont présentées dans la section 3, de même que les résultats de l'identification des paramètres par la mCRE et des données de fibres optiques. La section 4 se concentre sur les algorithmes du filtre de Kalman, tandis que la section 5 détaille l'approche MDKF et les résultats obtenus grâce à cette méthode. Enfin, la conclusion et les perspectives de cette étude sont abordées dans la section 6.

## 2 Montage expérimental et acquisition des données

Le matériau utilisé dans cette étude est un mortier à base de ciment renforcé par des fibres de polyamide, avec différents pourcentages de fibres d'acier, visant à obtenir un comportement presque homogène et isotrope, tout en conservant une certaine ductilité. Les échantillons sont soumis à un essai de flexion quatre points (Figure 1), permettant d'obtenir un état de flexion pure uniforme entre les axes de chargement A et B (Figure 2). Plusieurs cycles de chargement et de déchargement quasi-statiques sont appliqués dans la limite élastique du matériau. Dans le dernier cycle, la charge est augmentée jusqu'à la rupture de l'échantillon. Les données sont acquises par des capteurs DOFS sur la base de la rétrodif-



FIGURE 1 – Dispositif expérimental

fusion de Rayleigh et de la réflectométrie optique dans le domaine fréquentiel (OFDR en anglais) [5], fournissant des mesures de déformation longitudinale le long de la fibre. L'échantillon consiste en une poutre équipée d'un capteur à fibre optique OFDR intégré, fournissant des mesures de déformation à des taux d'acquisition de 5 à 20 Hz et une résolution spatiale de 2,6 millimètres.

Le capteur à fibre optique intégré traverse l'échantillon quatre fois, fournissant des mesures à la fois dans les zones soumises à la tension et à la compression. Les dimensions de l'échantillon, la position du capteur et la disposition de l'essai sont indiquées sur la Figure 2.

## 3 Techniques numériques

### 3.1 La méthode mCRE

L'Erreur en Relation de Comportement modifiée (mCRE), comme son nom le suggère, découle du concept sous-jacent de l'Erreur en Relation de Comportement (ERC, CRE en anglais). À l'origine, la fonction CRE a été introduite principalement pour évaluer les erreurs dans le contexte de la méthode des

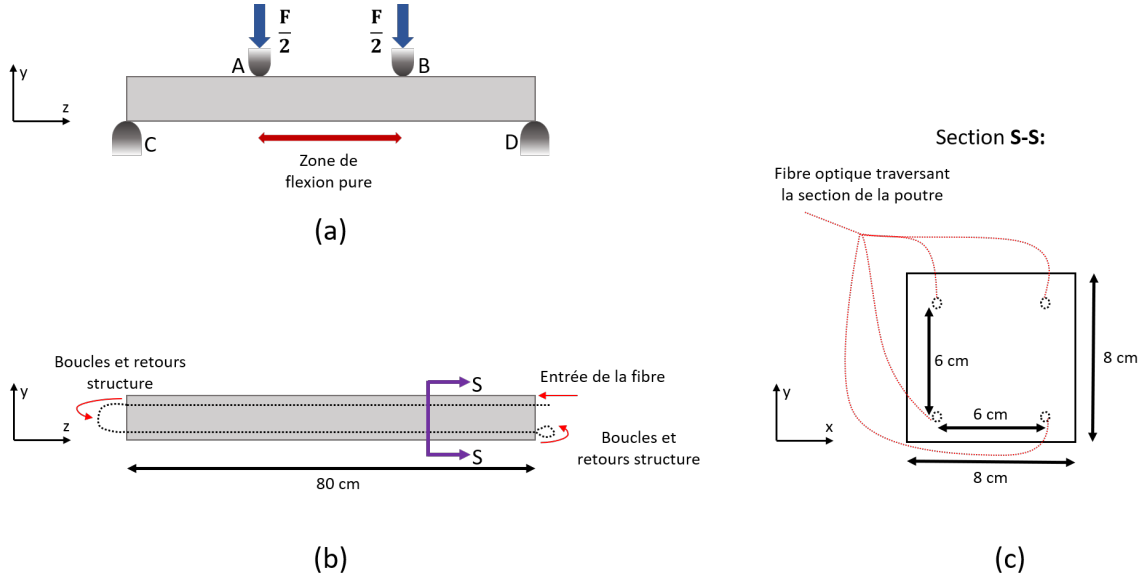


FIGURE 2 – (a) Montage schématique d'un essai de flexion 4-point, (b) et (c) dimensions de la poutre et emplacement de la fibre optique

éléments finis, offrant une estimation des erreurs de discrétisation. Dans des applications plus récentes, la CRE a été employée en tant que fonction coût dans des problèmes inverses pour l'identification de paramètres ou la mise à jour de modèles.

### 3.1.1 Formulation

La méthode mCRE a été développée dans le but de préserver les avantages de la CRE, notamment la pertinence physique de la fonction coût, tout en remédiant à l'un de ses inconvénients, à savoir sa sensibilité aux mesures bruitées. La mCRE contourne ce problème en tenant compte des informations non fiables, y compris les mesures bruitées. La formulation de la mCRE et le problème d'optimisation correspondant, dans un cas élastique linéaire où les observations sont des mesures de déplacement ou de déformation, sont définis par les équations (1) à (3).

$$\varepsilon_{mCRE}^2(\hat{\mathbf{u}}, \hat{\boldsymbol{\sigma}}; \mathbf{p}) = \varepsilon_{CRE}^2(\hat{\mathbf{u}}, \hat{\boldsymbol{\sigma}}; \mathbf{p}) + \frac{\alpha}{2} (\mathbf{d}(\hat{\mathbf{u}}) - \mathbf{d}_{obs})^T \mathbb{G}_{obs}^{-1} (\mathbf{d}(\hat{\mathbf{u}}) - \mathbf{d}_{obs}) \quad (1)$$

$$\varepsilon_{CRE}^2(\hat{\mathbf{u}}, \hat{\boldsymbol{\sigma}}; \mathbf{p}) = \frac{1}{2} \|\hat{\boldsymbol{\sigma}} - \mathbf{K}(\mathbf{p})\boldsymbol{\varepsilon}(\hat{\mathbf{u}})\|_{\mathbf{K}^{-1}}^2 \quad (2)$$

$$\mathbf{p}_{sol} = \operatorname{argmin}_{\mathbf{p} \in \mathcal{P}} \left[ \min_{(\hat{\mathbf{u}}, \hat{\boldsymbol{\sigma}}) \in (\mathbf{A}_d^-)} \varepsilon_{mCRE}^2(\hat{\mathbf{u}}, \hat{\boldsymbol{\sigma}}; \mathbf{p}) \right] \quad (3)$$

Dans cette formulation,  $\mathbf{p}$  représente les paramètres à actualiser, tandis que  $\hat{\mathbf{u}}$  et  $\hat{\boldsymbol{\sigma}}$  représentent respectivement le déplacement et la contrainte pris dans des espaces de recherche cinématiquement et statiquement admissibles.  $\alpha$  est un coefficient de pondération qui pondère le terme de mesure de la fonctionnelle mCRE par rapport à la composante d'erreur du modèle, c'est-à-dire le terme  $\varepsilon_{CRE}^2$ .  $\mathbf{d}_{obs}$  désigne les observations, tandis que  $\mathbf{d}(\hat{\mathbf{u}})$  représente soit le déplacement  $\hat{\mathbf{u}}$ , soit la déformation  $\boldsymbol{\varepsilon}(\hat{\mathbf{u}})$  dans la région mesurée.  $\mathbb{G}_{obs}$  est une matrice de normalisation généralement diagonale.  $\boldsymbol{\varepsilon}(\hat{\mathbf{u}})$  représente la déformation correspondant au déplacement  $\hat{\mathbf{u}}$ , et  $\mathbf{K}(\mathbf{p})$  est l'opérateur de Hooke pour lequel les paramètres doivent être actualisés.  $\mathbf{A}_d^-$  désigne l'espace d'admissibilité qui vérifie les informations fiables, mais qui est relaxé par rapport aux informations moins fiables, d'où le signe négatif.  $\mathcal{P}$  est l'espace des paramètres.

En général, l'équation (1) montre que la minimisation de la mCRE est un compromis entre l'erreur de modèle et l'erreur de mesure, où une augmentation de  $\alpha$  correspond à une confiance accrue dans les observations. On peut donc en déduire que la valeur de  $\alpha$  est réglée en fonction du niveau de bruit de mesure.

### 3.1.2 Minimisation

Conformément à l'équation (3), la minimisation de la mCRE s'effectue de manière itérative en deux étapes :

*Étape 1.* À chaque itération  $n$ , le couple optimal admissible est d'abord trouvé à paramètre fixé.

$$(\mathbf{u}_{ad}^{(n)}, \boldsymbol{\sigma}_{ad}^{(n)}) = \underset{(\hat{\mathbf{u}}, \hat{\boldsymbol{\sigma}}) \in (\mathbf{A}_d^-)}{\operatorname{argmin}} \varepsilon_{mCRE}^2(\hat{\mathbf{u}}, \hat{\boldsymbol{\sigma}}; \mathbf{p}^{(n-1)}, \mathbf{d}_{obs}) \quad (4)$$

*Étape 2.* La fonctionnelle est minimisée par rapport aux paramètres  $\mathbf{p}$  en utilisant les valeurs obtenues dans la première étape pour les champs admissibles  $(\mathbf{u}_{ad}^{(n)}, \boldsymbol{\sigma}_{ad}^{(n)})$ .

$$\mathbf{p}^{(n)} = \underset{\mathbf{p} \in \mathcal{P}}{\operatorname{argmin}} \mathcal{F}_{mCRE}(\mathbf{p}), \quad \text{où } \mathcal{F}_{mCRE}(\mathbf{p}) = \varepsilon_{mCRE}^2(\mathbf{u}_{ad}^n, \boldsymbol{\sigma}_{ad}^n; \mathbf{p}, \mathbf{d}_{obs}) \quad (5)$$

Compte tenu de son processus de minimisation itératif, la mCRE peut devenir très coûteuse en terme de calcul dans le cas de problèmes de grande taille, et des techniques de réduction de l'ordre des modèles pourraient être nécessaires pour pallier cet inconvénient.

### 3.1.3 Application pour l'identification des paramètres

Les mesures recueillies lors de l'essai de flexion 4-points ont été intégrées dans le cadre de la mCRE pour identifier les modules de Young effectifs de la poutre à différents moments de l'essai. Ces paramètres identifiés ont ensuite servi de valeurs de référence pour comparer et valider les résultats obtenus par l'approche MDKF.

La mCRE est couplée aux données réelles obtenues à partir de capteurs à fibre optique, fournissant des mesures de déformations dans l'axe de la fibre. Le module d'Young effectif pour l'ensemble de la poutre a été identifié à trois moments différents de l'essai, lorsque les endommagements n'étaient pas encore visibles à l'œil nu. D'autre part, le module de Young effectif de la poutre a également été calculé en utilisant les valeurs de déformation moyennes de la section sous un moment de flexion constant dans l'équation (6) :

$$E = \frac{My}{\varepsilon I} \quad (6)$$

Dans cette équation,  $M$  est le moment de flexion,  $E$  représente le module de Young,  $y$  correspond à la distance de la fibre optique par rapport à l'axe neutre de la poutre,  $I$  est le moment quadratique de la section de la poutre et  $\varepsilon$  indique la valeur moyenne de la déformation pour la section sous un moment de flexion constant.

TABLE 1 – Module de Young effectif identifié en utilisant les données réelles

	$t_1$	$t_2$	$t_3$
Paramètre identifié par mCRE (GPa)	37.8	35.8	32
Paramètre calculé par equation (6) (GPa)	38	35.2	30

Le module de Young non endommagé du matériau a été estimé entre 39 et 41 GPa par des essais de compression. Comme le premier instant où le paramètre est identifié se situe 5 minutes après le début de l'essai, les résultats semblent cohérents avec l'estimation expérimentale. Le module de Young à  $t_1$  est légèrement réduit en raison de la progression possible des microfissures.

## 3.2 Technique cgFEM

La méthode des éléments finis à grille cartésienne, dite cgFEM, est une technique d'analyse numérique efficace, appliquée principalement à l'optimisation de forme des structures [6]. Contrairement à la méthode des éléments finis classique, la cgFEM utilise un maillage non conforme à la géométrie de la structure, ainsi qu'une procédure robuste pour l'intégration précise de la géométrie du domaine. Cette approche améliore non seulement la précision, mais aussi l'efficacité des calculs. En outre, la structure

hiérarchique des données au sein de la cgFEM, en plus des maillages cartésiens, facilite le partage des données entre les entités similaires. L'analyse cgFEM fournit les champs de déplacement et de contrainte, accompagnés de l'estimateur d'erreur de discrétisation de Zienkiewicz et Zhu (ZZ) au niveau de l'élément. Ces informations permettent d'améliorer le modèle grâce à des procédures h-adaptives. L'estimateur d'erreur dans la cgFEM peut être redéfini pour s'adapter à de nouveaux cas d'application.

Compte tenu des caractéristiques de la cgFEM et de sa structure de données hiérarchique, elle peut être appliquée à des cas où elle est utilisée comme générateur de maillage adaptatif pour l'espace paramétrique dans des problèmes d'identification. De cette manière, et en utilisant le terme CRE comme estimateur d'erreur, la cgFEM peut adapter dynamiquement l'espace paramétrique, ce qui permet d'optimiser le processus d'identification et de réduire son temps de calcul.

## 4 Filtres de Kalman

Les filtres de Kalman suivent un cadre de prédiction-correction composé de deux étapes. Dans l'étape de prédiction, une estimation de l'état du système à l'étape suivante est calculée en utilisant les informations disponibles jusqu'à ce moment. Cette estimation prédictive repose sur le modèle du système et les estimations précédentes.

Ensuite, lors de la deuxième étape, cette estimation est corrigée en utilisant les données d'observation réelles acquises à ce stade. Cette correction permet d'obtenir un état du système a posteriori, également appelé estimation de Kalman de l'état réel. Cette approche permet au filtre de Kalman d'ajuster constamment son estimation en fonction des nouvelles informations observées, améliorant ainsi la précision de la prédiction de l'état du système.

### 4.1 Filtre de Kalman linéaire

Le premier filtre de Kalman présenté était un algorithme basé sur un système spatio-temporel discret [7]. Ce système dynamique est défini par deux équations linéaires fondamentales : une équation de prédiction de l'état et une équation d'observation. Ces équations sont :

$$\begin{cases} x_k = M_{x,k-1}x_{k-1} + w_{k-1} \\ z_{k-1} = H_{x,k-1}x_{k-1} + v_{k-1} \end{cases} \quad (7)$$

Dans ce système,  $x_k$  représente le vecteur d'état au pas de temps  $t_k$ ,  $z_k$  correspond au vecteur des données d'observation, tandis que  $w_k$  et  $v_k$  sont respectivement les erreurs de modèle et de mesure. Enfin,  $M$  et  $H$  indiquent les opérateurs linéaires du modèle et de l'observateur.

La première équation est l'équation de prédiction de l'état, qui estime l'état futur du système. Cette équation de prédiction prend en compte les transitions temporelles du système et permet d'anticiper son évolution. La deuxième équation est l'équation d'observation. Elle représente les mesures réelles ou observées du système à un instant donné. L'équation d'observation est utilisée pour corriger l'estimation prédictive de l'état par les observations.

### 4.2 Filtre de Kalman Unscented

Le filtre de Kalman Unscented (UKF en anglais) est l'un des nombreux filtres de Kalman non linéaires introduits au fil des ans pour répondre aux limites des filtres de Kalman linéaires lorsqu'ils traitent des problèmes non-linéaires [8]. Ce filtre repose sur le concept de la transformée *Unscented*, et comme les filtres de Kalman traditionnels, il est basé sur un système dynamique discret défini par les deux équations suivantes :

$$\begin{cases} x_k = \mathcal{M}_{k-1}(x_{k-1}, w_{k-1}) \\ z_{k-1} = \mathcal{H}_{k-1}(x_{k-1}, v_{k-1}) \end{cases} \quad (8)$$

$\mathcal{M}$  et  $\mathcal{H}$  correspondent respectivement aux opérateurs du modèle et de l'observateur, qui sont dérivés du problème physique et peuvent être non linéaires.

Sans entrer dans les détails, il faut savoir que l'UKF utilise une approche proche des méthodes de Monte Carlo, mais au lieu d'un grand nombre de points d'échantillonnage, un nombre limité d'entre eux est réparti de manière stratégique afin de capturer les caractéristiques non-linéaires du modèle. La principale distinction réside dans le calcul minutieux des poids attribués à ces points d'échantillonnage, ce qui leur permet de représenter plus précisément les non-linéarités inhérentes au modèle. Cette approche permet de trouver un équilibre entre l'efficacité du calcul et la précision, ce qui en fait un outil précieux pour les problèmes d'estimation non-linéaire.

### 4.3 Filtre de Kalman double

Le filtre de Kalman classique et ses extensions permettent de prédire et de mettre à jour les vecteurs d'état physique dans le cadre des processus d'assimilation de données séquentielles. Cependant, dans les applications de mise à jour de modèle, notamment dans les cas de détection des endommagements, il devient nécessaire d'identifier et de mettre à jour les paramètres internes du modèle. Pour ce faire, des ajustements sont requis dans les filtres de Kalman, et les paramètres doivent être inclus dans la formulation générale des filtres de Kalman. Cette modification transforme le système en l'équation (9).

$$\begin{cases} \mathbf{p}_k = \mathbf{p}_{k-1} + w_{\mathbf{p},k-1} \\ x_k = \mathcal{M}_{k-1}(x_{k-1}, w_{x,k-1}) \\ z_{k-1} = \mathcal{H}_{k-1}(x_{k-1}, v_{k-1}) \end{cases} \quad (9)$$

$\mathbf{p}_k$  est le vecteur des paramètres du modèle à identifier à chaque pas de temps, qui est supposé suivre une loi d'évolution stationnaire.

Dans l'approche du Filtre de Kalman double, les paramètres sont maintenus sous forme de vecteurs d'état, et l'opérateur de l'observateur du système dynamique est transformé en un opérateur d'évolution de l'état,  $\mathcal{H}_{dual}$  :

$$\begin{cases} \mathbf{p}_k = \mathbf{p}_{k-1} + w_{\mathbf{p},k-1} \\ z_{k-1} = \mathcal{H}_{dual}(\mathbf{p}_{k-1}, x_{k-1}, w_{x,k-1}, v_{k-1}) \end{cases} \quad (10)$$

En d'autres termes, la nouvelle définition d'observateur repose sur un second filtre de Kalman, d'où la notion de *dual* ou *double*.

$$\begin{cases} x_k = \mathcal{M}_{k-1}(x_{k-1}, \mathbf{p}_{k-1}) + w_{x,k-1} \\ z_{k-1} = \mathcal{H}_{k-1}(x_{k-1}, \mathbf{p}_{k-1}) + v_{k-1} \end{cases} \quad (11)$$

Ces deux filtres travaillent ensemble pour mettre à jour à la fois l'état et les paramètres, interagissant à chaque étape du processus.

## 5 Filtre de Kalman modifié

Dans les filtres de Kalman, l'opérateur d'observation peut être adapté pour accroître la robustesse face aux mesures bruitées. Dans le cadre du MDKF, le choix consiste à redéfinir l'opérateur  $\mathcal{H}_{dual}$  en utilisant une fonction qui s'appuie sur le concept de la mCRE, qu'il s'agisse de la fonctionnelle mCRE elle-même ou de son gradient par rapport aux paramètres [4, 9]. Cette fonction permet d'évaluer la distance entre les prédictions du modèle et les mesures. Dans le dernier cas, le système dynamique se présente de la manière suivante :

$$\begin{cases} \mathbf{p}_{k+1} = \mathbf{p}_k + w_{\mathbf{p},k} \\ 0 = \nabla_{\mathbf{p}} \mathcal{F}(\hat{\mathbf{u}}, \hat{\boldsymbol{\sigma}}; \mathbf{p}) + v_k \end{cases} \quad (12)$$

Dans cette formulation,  $\mathcal{F}$  représente la fonction mCRE. En incorporant la mCRE dans le cadre du filtre de Kalman double, la MDKF est établie. Cette définition révisée de l'opérateur  $\mathcal{H}_{dual}$ , qui utilise le gradient de la mCRE, oblige l'algorithme à rechercher des estimations de paramètres qui minimisent la mCRE, les mesures étant indirectement comparées aux prédictions grâce à la définition de la fonction mCRE.

## 5.1 Application pour identification d'endommagement dans la structure considérée

Tout d'abord, les mesures collectées pendant l'essai de flexion 4 points ont été intégrées dans le cadre du MDKF pour identifier les modules d'Young effectifs de la poutre à différents moments de l'essai, et comparer les résultats avec ceux obtenus par la mCRE. Enfin, la poutre a été subdivisée en 20 zones distinctes, et l'identification des paramètres a été effectuée à cinq intervalles différents au cours de l'essai.

Pour commencer, la méthode MDKF a été appliquée avec des données réelles acquises à l'aide de capteurs à fibre optique. Le module d'Young effectif de l'ensemble de la poutre a été déterminé aux mêmes instants de l'essai que dans le cas présenté en section 3.1.3. Les résultats ont ensuite été comparés à ceux obtenus à l'aide de l'algorithme mCRE, comme le montre le Tableau (2) pour une comparaison approfondie. Le paramètre initial par lequel la MDKF a commencé est égal à 30 GPa.

TABLE 2 – Module de Young effectif identifié en utilisant les données réelles

	$t_1$	$t_2$	$t_3$
Paramètre identifié par mCRE (GPa)	37.8	35.8	32
Paramètre identifié par MDKF (GPa)	40	39.7	34.5

On constate que cet algorithme montre l'évolution du paramètre dans le temps, avec un léger retard surtout au début du processus d'identification, comme c'est normalement le cas pour les filtres de Kalman.

Dans l'analyse finale, la poutre est divisée en 20 sections, comme le montre la Figure (3).

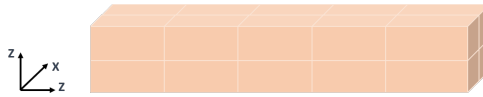


FIGURE 3 – Maillage paramétrique de la poutre

Le paramètre d'endommagement pour chacune de ces sections est déterminé à l'aide de la méthode MDKF (Figure (4)), exprimé en pourcentage de réduction de la rigidité telle que définie dans l'équation (13), où l'état d'endommagement est déclaré par une diminution locale du module d'Young.

$$E_d = E(1 - d) \quad (13)$$

Ici,  $E_d$  est le module d'Young réduit, indiquant qu'un endommagement s'est produit.  $d$  est le paramètre d'endommagement à mettre à jour et  $E$  est le module d'Young initial du matériau.

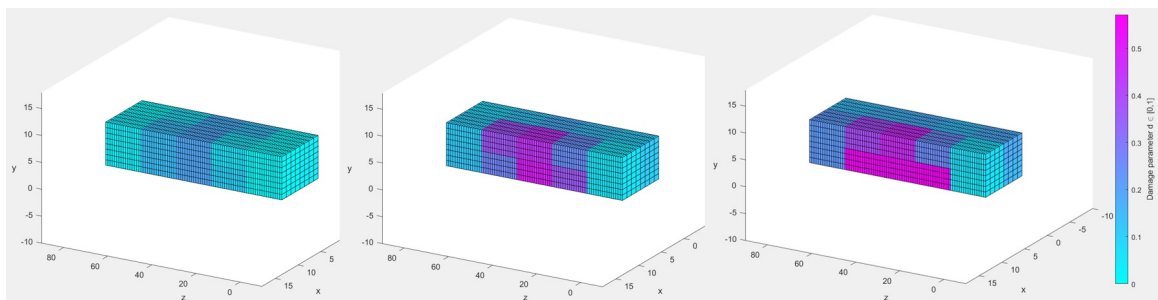


FIGURE 4 – L'évolution de l'endommagement dans les différentes zones et à différents instants

On observe que comme prévu, les zones où la traction est la plus élevée ont subi les endommagements les plus importants. Il faut reconnaître que les résultats actuels peuvent ne pas être tout à fait précis en raison de la disparité entre le modèle de l'endommagement utilisé et la progression réelle de l'endommagement. En outre, l'hypothèse d'une distribution uniforme de l'endommagement dans chaque section ne reflète pas les scénarios réels. Cette approche ne permet pas non plus d'affiner le maillage paramétrique pour une localisation précise des endommagements.

## 6 Conclusion et perspectives

Dans cette étude, le filtre de Kalman modifié (MDKF) a été utilisé pour détecter les endommagements d'une poutre en flexion. Dans un premier temps, les techniques mCRE et MDKF ont été couplées aux données de mesure obtenues à partir de capteurs à fibre optique, où un seul paramètre a été identifié pour l'ensemble la poutre, soit le module d'Young effectif. Suite aux résultats prometteurs et cohérents avec ceux obtenus de la mCRE, la MDKF a été utilisée pour identifier les zones endommagées et les paramètres d'endommagement dans la poutre. Les résultats correspondaient aux zones attendues ; toutefois, la validité de ce processus d'identification doit être confirmée par la corrélation d'images numériques.

Il convient de noter que le maillage paramétrique constant peut introduire des inexactitudes à la fois dans la détection des zones et dans la quantité de l'endommagement. Par conséquent, il est proposé d'utiliser la technique cgFEM dans le cadre de recherches futures afin d'adapter le maillage des paramètres et de l'ajuster aux zones où les termes d'erreur du modèle sont plus élevés. En plus et malgré le fait que la méthode MDKF soit plus efficace sur le plan des calculs qu'une approche mCRE séquentielle, elle est encore loin d'être applicable en temps réel. Afin de contourner ce problème, des techniques de réduction de l'ordre du modèle (ROM, MOR en anglais) pourraient être utilisées pour augmenter l'efficacité temporelle et réduire le coût de calcul. À cet égard, les recherches en cours se concentrent sur l'utilisation de la méthode adaptative de décomposition orthogonale aux valeurs propre (APOD en anglais) couplée au MDKF actuel. En outre, la définition des endommagements et la loi d'évolution correspondant à leur progression jouent un rôle important dans la précision et la validité de la méthode, ce qui devrait être pris en compte dans les recherches futures concernant le développement de cette approche, menant à une identification plus précise des paramètres du modèle.

## Remerciements

Ce document est issu d'un projet qui a reçu un financement du Conseil européen de la recherche (CER) dans le cadre du programme de recherche et d'innovation Horizon 2020 de l'Union européenne (convention de subvention n° 101002857).

## Références

- [1] F. Darema. Dynamic Data Driven Applications Systems : A New Paradigm for Application Simulations and Measurements. In M. Bubak, G. D. van Albada, P. M. A. Slood, and J. Dongarra, editors, *Computational Science - ICCS 2004*, pages 662–669, Berlin, Heidelberg, 2004. Springer Berlin Heidelberg.
- [2] P. Ladevèze and A. Chouaki. Application of a posteriori error estimation for structural model updating. *Inverse problems*, 15(1) :49, 1999. Publisher : IOP Publishing.
- [3] O. Allix, P. Feissel, and H. Minh Nguyen. Identification strategy in the presence of corrupted measurements. *Engineering Computations*, 22 :487–504, 2005. Publisher : Emerald.
- [4] B. Marchand, L. Chamoin, and C. Rey. Real-time updating of structural mechanics models using Kalman filtering, modified constitutive relation error, and proper generalized decomposition : Real-time updating of structural mechanics models. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 107(9) :786–810, August 2016.
- [5] L. Chamoin, S. Farahbakhsh, and M. Poncelet. An educational review on distributed optic fiber sensing based on Rayleigh backscattering for damage tracking and structural health monitoring. *Measurement Science and Technology*, 33(12) :124008, December 2022.
- [6] E. Nadal, J. J. Ródenas, J. Albelda, M. Tur, J. E. Tarancón, and F. J. Fuenmayor. Efficient Finite Element Methodology Based on Cartesian Grids : Application to Structural Shape Optimization. *Abstract and Applied Analysis*, 2013 :953786, April 2013. Publisher : Hindawi Publishing Corporation.
- [7] R. E. Kalman. A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems. *Journal of Basic Engineering*, 82(1) :35–45, March 1960.
- [8] S. Julier, J. Uhlmann, and H.F. Durrant-Whyte. A new method for the nonlinear transformation of means and covariances in filters and estimators. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 45(3) :477–482, 2000.
- [9] M. Diaz, P.-É. Charbonnel, and L. Chamoin. A new Kalman filter approach for structural parameter tracking : Application to the monitoring of damaging structures tested on shaking-tables. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 182 :109529, January 2023.