

# Modélisation objective de structures en maçonnerie

H. Rostagni<sup>1</sup>, C. Giry<sup>1,2</sup>, F. Ragueneau<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> Université Paris-Saclay, CentraleSupélec, ENS Paris-Saclay, CNRS, LMPS - Laboratoire de Mécanique Paris-Saclay,  
4 Avenue des Sciences, Gif-sur-Yvette 91190, France,  
{heloise.rostagni, cedric.giry, frederic.ragueneau}@ens-paris-saclay.fr

<sup>2</sup> EPF École d'Ingénieurs, 55 Avenue du Président Wilson, Cachan 94230, France

**Résumé** — Cet article propose un modèle de comportement permettant de décrire la réponse de la maçonnerie sous chargement cyclique. Le modèle intègre les mécanismes d'élasticité orthotrope, d'endommagement orthotrope, de frottement en cisaillement, d'effet unilatéral et de dégradation par écrasement en compression. Afin de retrouver une objectivité des résultats vis-à-vis du maillage lorsque l'on passe à l'échelle de la structure, une régularisation non-local est considérée en intégrant l'orientation de l'arrangement de la maçonnerie dans le domaine de régularisation.

**Mots clés** — maçonnerie, endommagement orthotrope, non-local intégral.

## 1 Contexte général

La maçonnerie est un des matériaux de construction les plus utilisés dans le monde. Afin de prévoir la résistance et le comportement non-linéaire de structures en maçonnerie soumises à des sollicitations sismiques, il est nécessaire d'avoir à disposition des modèles de comportement intégrant les mécanismes de dissipation à l'échelle du matériau.

Dans un formalisme de description continue de la structure, numériquement associé à des stratégies de modélisation par éléments finis, divers niveaux de description de la maçonnerie sont possibles : une modélisation micro-détaillée, une modélisation micro-simplifiée et une modélisation macroscopique [1]. Dans un compromis entre représentativité du comportement et limitation du coût de calcul, une modélisation macroscopique de la maçonnerie avec une description homogénéisée des caractéristiques du matériau est considérée dans ces travaux. Dans un premier temps, une présentation des mécanismes non-linéaires introduits dans le modèle orthotrope sont décrits dans un formalisme thermodynamique. Un mécanisme d'écrasement des blocs est pris en compte en complément du modèle original développé dans [2].

Par ailleurs, le comportement endommageant de la maçonnerie avec une réponse adoucissante induit à l'échelle de la réponse structurelle, une localisation des déformations. Numériquement, pour conserver une objectivité des résultats vis-à-vis du maillage, il est nécessaire d'introduire des informations supplémentaires sur ce processus de localisation (énergie dissipée, longueur interne, etc.). Parmi les méthodes permettant de garantir une objectivité des résultats par rapport à la taille et à l'orientation des éléments, la méthode non-local intégrale [3] et à gradient [4] sont classiquement utilisées. Dans un second temps, une régularisation non-locale intégrale orthotrope est ainsi formulée, permettant de retranscrire l'effet de la mésostructure de la maçonnerie sur les interactions non-locales.

Dans une dernière partie, des exemples d'application sur des cas illustratifs sont présentés pour étudier les capacités de la stratégie de modélisation choisie. On s'intéresse notamment à la capacité du modèle à décrire des faciès d'endommagement et à quantifier l'énergie dissipée.

## 2 Modélisation objective de la maçonnerie

### 2.1 Modèle d'endommagement orthotrope avec frottement, effet unilatéral et écrasement

Par l'expérimentation, on observe que la fissuration dans la maçonnerie se développe de manière préférentielle dans les joints de maçonnerie. Ainsi, l'effet du développement de fissures sur la souplesse

du matériau peut être décomposé en trois familles de fissures selon les deux directions des joints dans le plan de la maçonnerie et la direction hors-plan pour les maçonneries multi-feuillets et les effets de pelage (voir Fig. 1). L'évolution de l'endommagement est donc représentée par trois variables indépendantes ( $d_i$ ) dans chacune des directions principales du matériau [2].

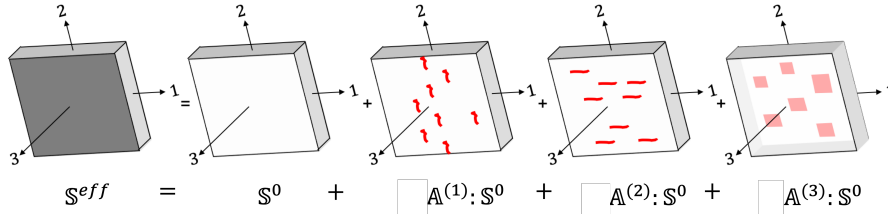


FIGURE 1 – Décomposition de l'endommagement selon trois familles

Pour décrire l'effet unilatéral observé lors de cycles de chargement complet, une décomposition de la contrainte en partie positive ( $\langle \sigma_i \rangle_+$ ) et négative ( $\langle \sigma_i \rangle_-$ ) est considérée. Enfin, une variable d'endommagement isotrope ( $d^c$ ) est introduite pour décrire l'endommagement par écrasement des blocs lors de chargements de compression. L'ensemble de ces mécanismes est couplé avec l'élasticité orthotrope ( $E_i, \nu_{il}, \nu_{im}$ ) et définit l'enthalpie libre de Gibbs pour les composantes normales de la contrainte dans le repère lié à la maçonnerie selon,

$$\rho \Psi^{*n} = \frac{1}{2} \left[ (1 + d_i + d^c) \frac{\langle \sigma_i \rangle_+^2}{E_i} + (1 + d^c) \frac{\langle \sigma_i \rangle_-^2}{E_i} - 2 \frac{\nu_{il}}{E_i} \sigma_i \sigma_l - 2 \frac{\nu_{im}}{E_i} \sigma_i \sigma_m \right], \quad (i, l, m) = (1, 2, 3) \quad (1)$$

avec l'utilisation de la notation de Kelvin pour les composantes de contraintes.

Afin de retranscrire les boucles d'hystérèse et les dissipations associées lors de chargements de cisaillement cyclique sur la maçonnerie, un couplage entre les endommagements dans les joints selon les composantes de cisaillement ( $g_k$ ) et les frottements ( $\sigma_k^\pi$ ) avec écrouissage ( $\alpha_k$ ) est introduit dans l'enthalpie libre de Gibbs pour les composantes tangentielles de la contrainte dans le repère lié à la maçonnerie,

$$\rho \Psi^{*s} = \frac{1}{2} \left[ \frac{1}{2G_k} \left\{ \frac{(\sigma_k - \sigma_k^\pi)^2}{1 - g_k(d_p, d_q)} + \frac{(\sigma_k^\pi)^2}{g_k(d_p, d_q)} \right\} - b_k \alpha_k^2 \right], \quad k(\leftrightarrow pq)^1 \in \llbracket 4; 6 \rrbracket. \quad (2)$$

La dissipation associée aux différents mécanismes s'écrit,

$$\mathcal{D} = Y_i \dot{d}_i + Y^c \dot{d}^c + \sigma_k^\pi \dot{\epsilon}_k^\pi - X_k \dot{\alpha}_k, \quad (i, k) \in \llbracket 1; 3 \rrbracket \times \llbracket 4; 6 \rrbracket. \quad (3)$$

## 2.2 Régularisation des matériaux adoucissants anisotropes

Afin de réduire la dépendance au maillage lors de la localisation des déformations, une approche simple consiste à définir une équation d'évolution de l'endommagement dépendante de la taille caractéristique de l'élément fini (voir par exemple [2] pour l'utilisation de cette méthode pour le modèle présenté dans cette étude). Dans une formulation locale, le processus de localisation se développant dans une zone de fissuration de largeur un élément fini, on retrouve globalement une énergie dissipée indépendante de la taille du maillage. Néanmoins, le faciès d'endommagement reste sensible à l'orientation du maillage (e.g. [5]).

Afin d'éviter cette dépendance à l'orientation du maillage, on considère une méthode de régularisation introduisant une information sur la taille de la zone de fissuration telle que les méthodes non-locales et plus particulièrement la méthode non-locale intégrale [3]. De plus, pour introduire l'effet de l'arrangement de la maçonnerie sur la régularisation, une modification du domaine classique sphérique de régularisation en un domaine ellipsoïdal défini par trois longueurs internes est proposée (voir Fig. 2). Cette forme de régularisation se retrouve également pour les matériaux composites (e.g. [6]).

1. La notation  $k(\leftrightarrow pq) \in \llbracket 4; 6 \rrbracket$  indique que  $p$  et  $q$  sont les indices associés à  $k$ , i.e. pour  $k = 4$ ,  $(p, q) = (1, 2)$ , pour  $k = 5$ ,  $(p, q) = (1, 3)$  et pour  $k = 6$ ,  $(p, q) = (2, 3)$ .

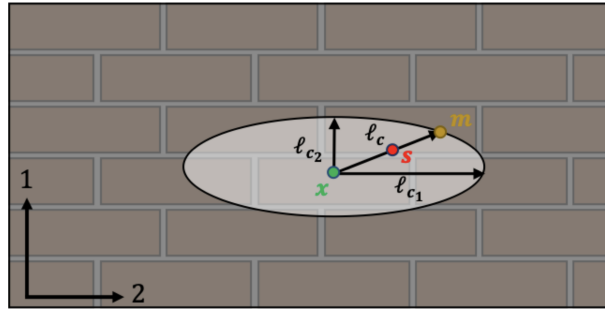


FIGURE 2 – Illustration du domaine de régularisation non-local orthotrope en lien avec l’arrangement de la maçonnerie

Les déformations équivalentes  $\tilde{\epsilon}_i$  pilotant l’évolution des endommagements de fissuration dans les joints  $d_i$  sont remplacées par leur variable non-locale correspondante  $\bar{\epsilon}_i$  selon l’expression,

$$\bar{\epsilon}_i(\mathbf{x}) = \frac{1}{\int_{\Omega} \exp\left(-\frac{4\|\mathbf{x}-\boldsymbol{\xi}\|^2}{f(l_{c1}, l_{c2}, l_{c3})}\right) d\boldsymbol{\xi}} \int_{\Omega} \exp\left(-\frac{4\|\mathbf{x}-\boldsymbol{\xi}\|^2}{f(l_{c1}, l_{c2}, l_{c3})}\right) \cdot \tilde{\epsilon}_i(\boldsymbol{\xi}) d\boldsymbol{\xi} \quad (4)$$

avec  $f(l_{c1}, l_{c2}, l_{c3})$  le rayon du domaine qui dépend des trois ratios de longueurs internes  $l_{c_i}$  associés aux directions principales du matériau  $i$ .

### 3 Réponse mécanique d’éléments de structure en maçonnerie

Le modèle et les approches de régularisation non-locales présentés ci-avant ont été implémentés dans le logiciel éléments finis Cast3M. Un premier test de cisaillement confiné monotone sur un mur avec fenêtre est présenté, suivi d’un essai de traction sur un spécimen entaillé.

#### 3.1 Mur avec fenêtre

Un mur avec une fenêtre est étudié d’un point de vue purement numérique pour comparer l’effet des différentes techniques de régularisation implémentées : régularisation énergétique (voir [2]), régularisation non-locale intégrale à domaine sphérique (isotrope) et régularisation non-locale intégrale à domaine ellipsoïdal (orthotrope). L’étude est basée sur des considérations (géométrie, conditions limites, chargement, etc.) fournies par Vermeltfoort et co-auteurs [7] dans le cadre du projet CUR.

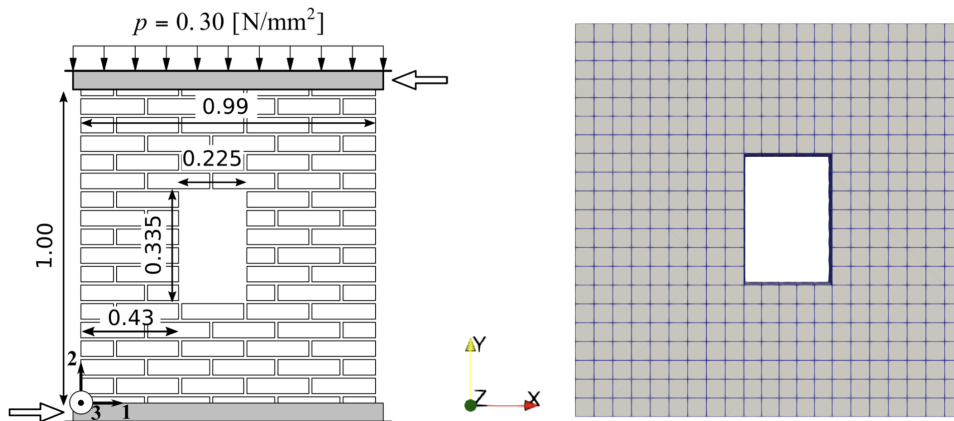


FIGURE 3 – Géométrie du mur [7] et maillage associé

La Figure 3 présente la géométrie et le chargement du mur. Il est soumis à un cisaillement monotone confiné : une pré-compression verticale est appliquée avec une valeur  $p$  de 0,3 MPa, qui est ensuite maintenue constante lorsque le cisaillement est appliquée par déplacement contrôlé. Du point de vue

de la modélisation numérique, la surface inférieure du mur est supposée être bloquée verticalement, et la surface supérieure, sur laquelle le déplacement horizontal est appliqué, est bloquée en rotation. Des éléments cubiques linéaires (CUB8) sont utilisés (Fig. 3), avec des tailles de mailles variant de 10 cm à 4 cm ou 1 cm selon le cas.

La Figure 4 donne les réponses globales force-déplacement obtenues lorsqu'aucune méthode de régularisation ou que l'une des trois approches (locale, non-locale intégrale isotrope, non-locale intégrale orthotrope) est utilisée. Lorsque l'endommagement n'est pas régularisé (Fig. 4a), les résultats ne convergent pas vers une solution lorsque le maillage est raffiné. L'énergie dissipée étant liée à l'aire sous la courbe force-déplacement, elle tend vers zéro avec le raffinement du maillage, ce qui n'est pas physique. La régularisation énergétique nécessite de réduire la taille des mailles (Fig. 4b), alors que les régularisations non-locales permettent aux résultats de converger plus rapidement (Fig. 4c et 4d) vers une solution. En effet, pour une régularisation locale énergétique, la taille de mailles doit être réduite à environ 4 cm pour obtenir une convergence. Pour les mailles grossières, la partie post-pic n'est pas correctement capturée. Pour un maillage très fin (1 cm), on observe une récupération de la rigidité en fin de chargement : le phénomène de stress-locking est classique avec ce type de méthode. Pour les techniques de régularisation non-locale, même pour des mailles grossières, les réponses obtenues sont proches de celles pour des petites mailles. Cependant, il y a des différences avec la régularisation énergétique locale ou sans régularisation : la charge maximale atteinte est de l'ordre de 25 kN contre moins de 20 kN. Ceci s'explique par le fait que le paramètre de fragilité contrôlant la partie post-pic du comportement (et donc la loi d'évolution de l'endommagement) n'a pas été recalibré. La méthode non-locale orthotrope permet une représentation plus précise du comportement fragile de la paroi par rapport à la méthode isotrope.

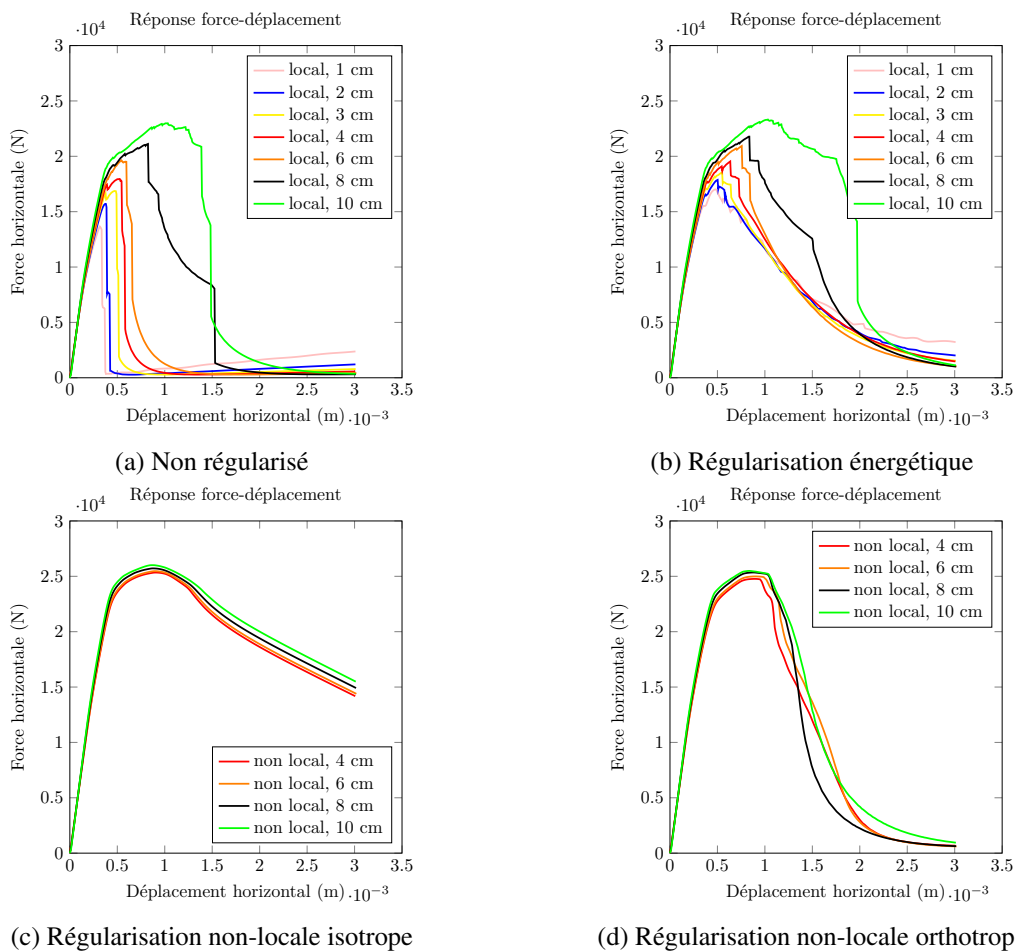


FIGURE 4 – Réponses force-déplacement pour les différentes approches de régularisation

La Figure 5 illustre les faciès d'endommagement pour une taille de maille de 4 cm. Lorsqu'aucune régularisation n'est implémentée, les endommagements sont contenus dans une bande d'un élément de largeur. C'est aussi le cas pour la méthode énergétique. Le maillage étant composé d'éléments cubiques ordonnés, les fissures suivent son orientation et ne sont orientées que verticalement et horizontalement.

Des fissures de traction se développent dans des zones additionnelles sur les côtés du mur, comme observé expérimentalement [1]. Les méthodes non-locales engendrent des résultats plus diffus puisque la dissipation d'énergie n'est plus réduite à un seul élément, ce qui évite la localisation des endommagements dans une ligne d'éléments. Les dégradations autour de la fenêtre sont bien représentées, comme celles à la base et au sommet du mur. La méthode orthotrope a une diffusion plus limitée des endommagements que la méthode isotrope.

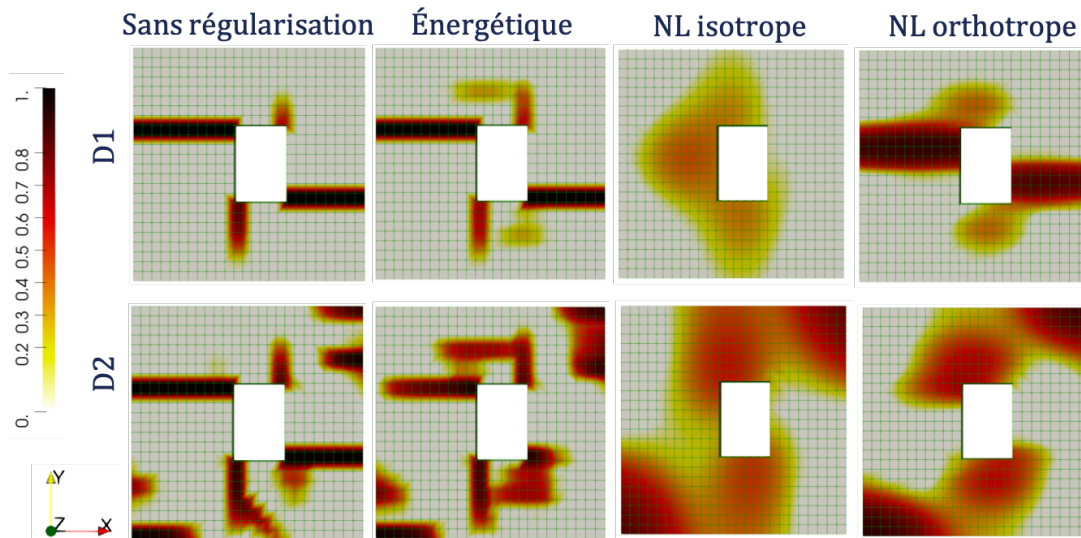


FIGURE 5 – Cartes d'endommagement  $D_1$  et  $D_2$  pour les différentes approches de régularisation et une taille de maille de 4 cm

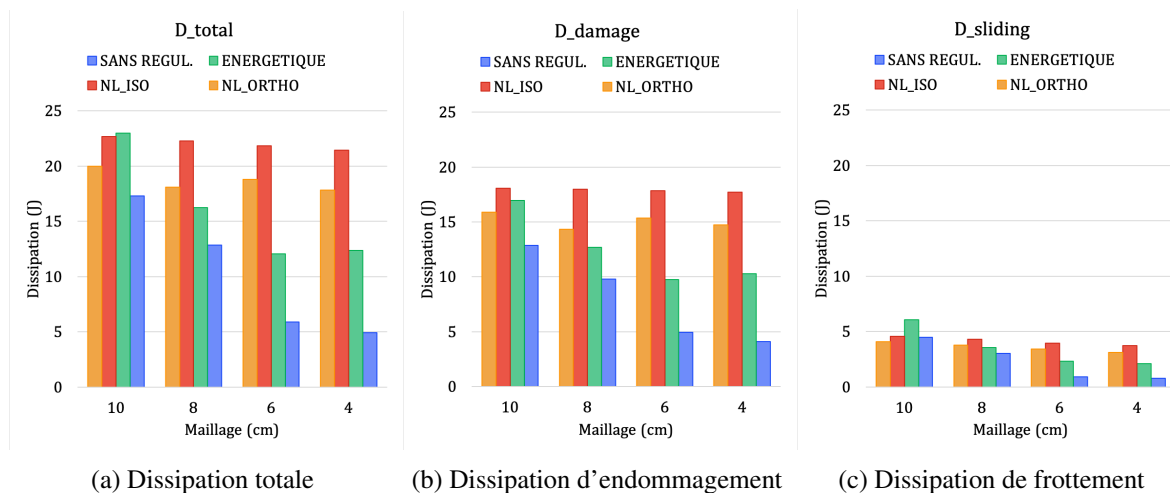


FIGURE 6 – Dissipations pour différentes techniques de régularisation et tailles de mailles

La Figure 6 montre l'évolution de la dissipation avec le raffinement du maillage pour une densité variant de 10 cm à 4 cm pour les quatre cas de régularisation. La dissipation totale ainsi que celles associées aux phénomènes d'endommagement et de frottement sont estimées à la fin du calcul, pour un déplacement atteint de 3 cm. On constate que si aucune technique de régularisation n'est utilisée, la dissipation diminue continuellement avec le raffinement du maillage. Cela rejoint ce qui est observé pour la forme des courbes de réponse présentées dans la Figure 4a. La pathologie des modèles de comportement adoucissant est clairement visible ici : l'énergie dissipée tend vers zéro à mesure que la taille des éléments finis diminue, et les résultats ne se stabilisent pas. Pour la technique de régularisation énergétique, la convergence est observée lorsque la taille des mailles diminue. À partir de 6 cm, l'énergie totale dissipée par le mur tend vers une valeur seuil d'environ 12 J. Ainsi, même si les cartes d'endommagement montrent que l'endommagement est toujours localisé dans une bande d'éléments finis dont l'épaisseur diminue avec le raffinement du maillage (Fig. 5), l'énergie totale dissipée est maintenue constante lorsque les résultats

convergent avec le maillage. Pour les méthodes non-locales, la dissipation totale est presque constante, ce qui peut s'expliquer par la vitesse de convergence au maillage. La méthode isotrope donne les valeurs les plus élevées (18 J) car l'aire sous la courbe force-déplacement est plus grande (Fig. 4c) que pour les autres cas, ce qui conduit naturellement à une dissipation plus importante.

La dissipation totale est divisée en une partie liée à l'endommagement et une partie liée au frottement. Quelle que soit la méthode envisagée, la dissipation due à l'endommagement est au moins trois fois supérieure à celle résultant du glissement (Fig. 6b versus Fig. 6c). Comme attendu, le mécanisme prédominant de dissipation est l'endommagement, étant donné la nature monotone du chargement.

### 3.2 Spécimen entaillé

La géométrie du spécimen, les dimensions de l'entaille sont illustrées sur la Figure 7. Pour maximiser l'impact de l'entaille, un déplacement positif dans la direction  $Y$  est appliqué sur la face de droite alors que celle de gauche est maintenue bloquée. Des éléments triangulaires linéaires sont utilisés, avec un raffinement du maillage à proximité de l'entaille. Dans cette analyse, la longueur caractéristique pour le non-local est fixée à  $\ell_c = 8$  mm.

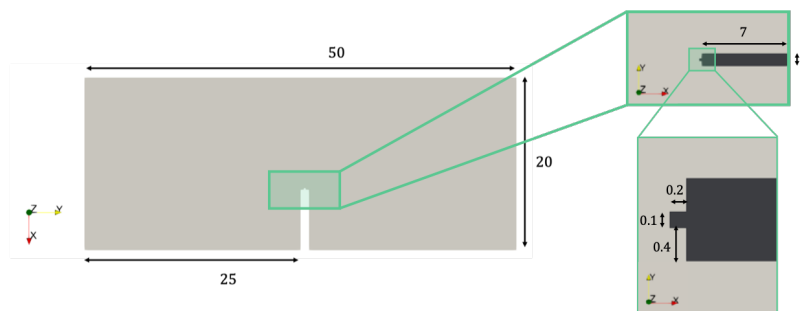


FIGURE 7 – Géométrie du spécimen et de l'entaille

La Figure 8 montre l'impact du choix de la régularisation sur la propagation des dégradations dans le spécimen. La régularisation énergétique donne le même faciès d'endommagement que lorsqu'aucune régularisation n'est utilisée :  $D_1$  est contenu dans une bande d'un élément d'épaisseur. Pour la méthode isotrope,  $D_1$  est diffusé dans une zone circulaire (en noir) dont la forme est liée au voisinage choisi pour intégrer les déformations équivalentes locales sur les points de Gauss. Dans le cas orthotrope, un constat similaire est fait avec la diffusion dans une zone elliptique. Le comportement étant plus fragile, les dégradations se propagent de manière à traverser entièrement l'éprouvette, ce qui diffère du cas isotrope.

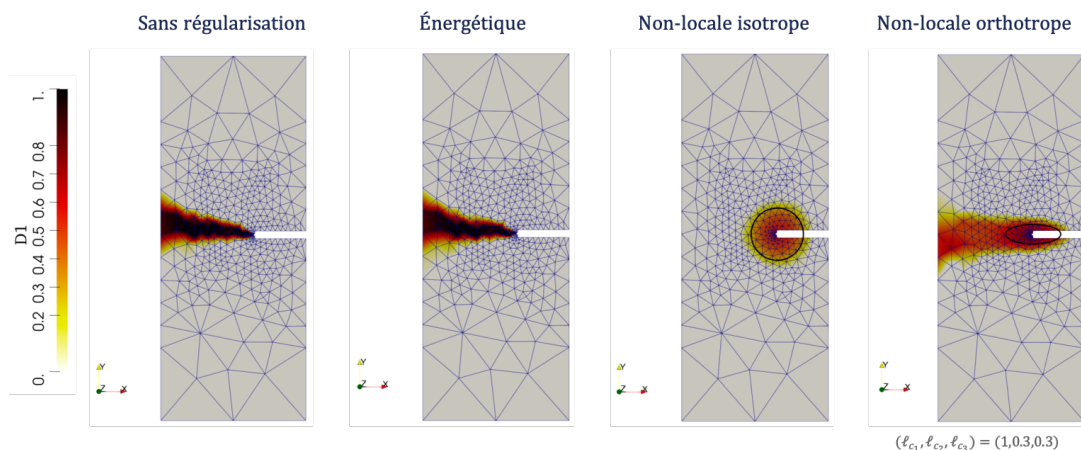


FIGURE 8 – Cartes d'endommagement  $D_1$  pour différentes méthodes de régularisation

La Figure 9 permet de mettre en avant l'influence du choix des ratios  $\ell_{c1}$ ,  $\ell_{c2}$  et  $\ell_{c3}$  sur les faciès d'endommagement lorsque l'on utilise la méthode non-locale intégrale orthotrope. L'orientation de l'ellipsoïde est liée au ratio maximum : lorsque  $\ell_{c1}$  est maximal, l'axe principal de l'ellipsoïde est aligné avec la direction de l'entaille ; pour  $\ell_{c2}$  maximal, l'axe principal de l'ellipsoïde est perpendiculaire à l'entaille ;

enfin,  $l_{c3}$  maximal conduit à un ellipsoïde dont l'axe principal est dans la direction hors du plan, entraînant une diffusion circulaire dans le plan.  $D_1$  et  $D_2$  tendent à suivre la forme de l'ellipsoïde généré par les ratios choisis. Lorsque  $l_{c2}$  est égale à 1, la diffusion des fissures devient très étendue autour du point d'entaille, ce qui s'avère peu réaliste pour un matériau de maçonnerie. Il est donc crucial de sélectionner judicieusement ces ratios afin de représenter au mieux la mésostructure.

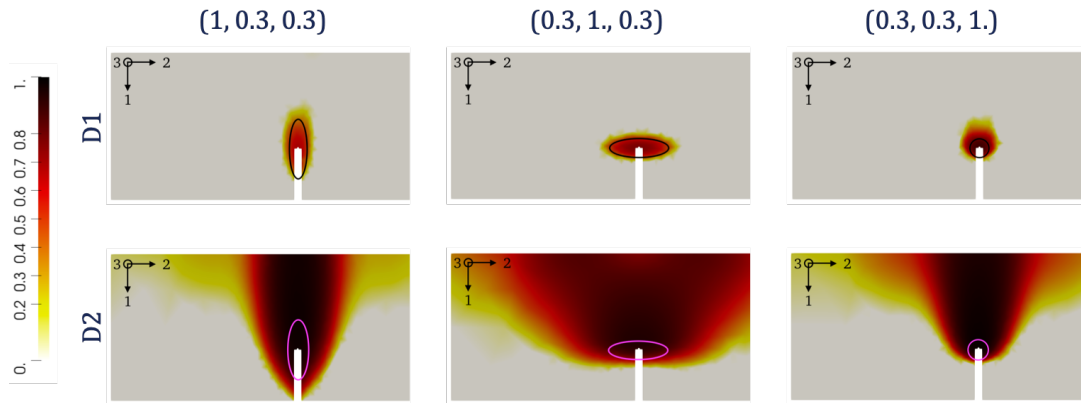


FIGURE 9 – Influence des ratios de longueurs pour la méthode orthotrope

Cet essai permet de mettre en avant la capacité du modèle à représenter l'orthotropie intrinsèque de la maçonnerie lorsque l'on utilise une méthode à trois longueurs caractéristiques. Les rapports de longueur de l'approche orthotrope ( $l_{c1}$ ,  $l_{c2}$ ,  $l_{c3}$ ) sont maintenant fixés à (1, 0.3, 0.3). La base naturelle de la maçonnerie est tournée d'un angle de  $30^\circ$  puis  $60^\circ$  dans le plan et la direction hors plan reste fixe.

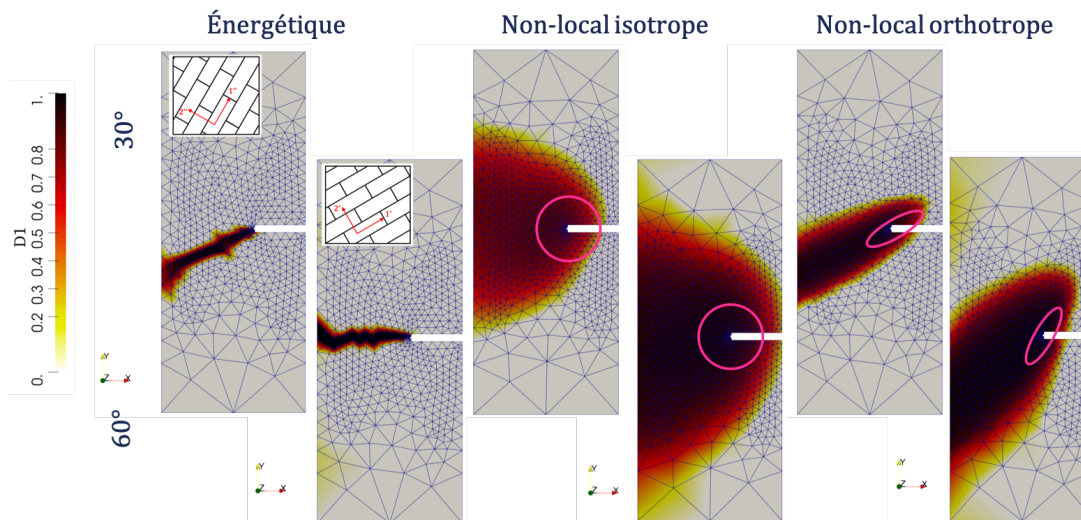


FIGURE 10 – Influence de l'orientation de la maçonnerie selon la méthode de régularisation utilisée

Les cartes d'endommagement  $D_1$  sont présentées sur la Figure 10 pour les trois méthodes de régularisation. Avec la méthode locale énergétique, la fissure est bien représentée le long des plans de joints pour un angle de  $30^\circ$ . Cependant, ce n'est plus le cas pour un angle de  $60^\circ$  puisque la fissure se réaligne avec la direction  $X$  globale. Cela peut s'expliquer par le fait que cette technique ne permet pas de s'affranchir du biais lié à l'orientation du maillage, mais garantit seulement une énergie dissipée constante et non nulle avec le raffinement du maillage.

Pour les méthodes non-locales, l'orientation de la mésostructure a un impact quelque soit l'angle considéré : le chemin de fissuration suit les plans de joints. De plus, l'endommagement tend à être plus diffus lorsque l'angle entre la direction de l'entaille et l'orientation de la mésostructure augmente. Pour la méthode isotrope, hormis l'extension de la zone endommagée, les cartes d'endommagement sont très similaires. En effet, comme la surface moyenne ne change pas (zone circulaire rose ; un cercle qui tourne reste le même), l'orientation des plans de joints peut être difficile à percevoir en termes de rotation de la

propagation de l'endommagement. Pour la méthode orthotrope, les dégradations suivent principalement l'orientation de la maçonnerie. L'endommagement  $D_1$  se propage d'abord le long de la direction des plans de joint et tend ensuite, dans une certaine mesure, à se réaligner avec la direction  $X$ .

L'orientation de l'entaille par rapport à la mésostructure donne ainsi lieu à des réponses différentes selon les méthodes. L'utilisation d'un modèle orthotrope permet de représenter la propagation des dégradations le long de la direction des plans de joint comme observé expérimentalement.

## 4 Conclusion

Ce travail propose la formulation d'un modèle de comportement de la maçonnerie avec une description homogénéisée. Divers mécanismes non-linéaires sont introduits dans le modèle afin de représenter au mieux la réponse sous chargements mécaniques complexes. Le formalisme thermodynamique permet d'extraire les différentes sources de dissipations dans le modèle. Afin d'obtenir une objectivité des résultats vis-à-vis du maillage, une régularisation non-locale intégrale orthotrope est introduite. Les cas d'étude montrent la capacité du modèle régularisé à décrire la dégradation d'élément de structure avec une retranscription des directions de dégradation en lien avec l'arrangement de la maçonnerie.

## 5 Remerciements

Le deuxième auteur remercie le projet MINERVE pour son soutien financier. Le projet MINERVE a été financé par le gouvernement dans le cadre de France 2030.

## Références

- [1] P. J. B. B. Lourenço. *Computational strategies for masonry structures.*, Thèse de doctorat de T.U. Delft, 1997.
- [2] P. J. Tisserand, H. Rostagni, C. Giry, T. T. H. Nguyen, R. Desmorat, F. Ragueneau (2022). *An orthotropic damage model with internal sliding and friction for masonry-like material*. Engineering Fracture Mechanics, 267, 2022.
- [3] G. Pijaudier-Cabot, Z. P. Bažant. *non-local damage theory*. Journal of Engineering Mechanics, 113(10), 1512-1533, 1987.
- [4] R. H. Peerlings, R. de Borst, W. M. Brekelmans, J. de Vree. *Gradient enhanced damage for quasi-brittle materials*. International Journal for numerical methods in engineering, 39(19), 3391-3403, 1996.
- [5] M. Jirásek, P. Grassl, P. *Evaluation of directional mesh bias in concrete fracture simulations using continuum damage models*. Engineering Fracture Mechanics, 75(8), 1921-1943, 2008.
- [6] W. Jin, C. Arson. *Anisotropic non-local damage model for materials with intrinsic transverse isotropy*. International Journal of Solids and Structures, 139, 29-42, 2018.
- [7] A. T. Vermeltoort and Theo Raijmakers and H. J. M. Janssen. *Shear tests on masonry walls*. 6th North American Masonry Conference, 6-9 June 1993, Philadelphia, Pennsylvania, USA, 1183-1193, 1993.