

# Vers la caractérisation de comportement non-linéaire élastique anisotrope en grandes déformations par approche Data Driven

A. Morch<sup>1</sup>, M. Coret<sup>1</sup>, A. Leygue<sup>1</sup>, J. Réthoré<sup>1</sup>,  
P. Lecomte-Grosbras<sup>2</sup>, J.-F. Witz<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Nantes Université, Ecole Centrale Nantes, CNRS, GeM, UMR 6183, F-44000 Nantes, France,  
annie.morch@univ-nantes.fr, {michel.coret,julien.rethore}@ec-nantes.fr

<sup>2</sup> Univ. Lille, CNRS, Centrale Lille, UMR 2016 - LaMcube - Laboratoire de mécanique multiphysique multiéchelle, Lille F-59000, France,  
{pauline.lecomte, jwitz}@centralelille.fr

**Résumé** — Les textiles prothétiques sont des matériaux de plus en plus utilisés pour le renfort des parois souples du corps humain. Pour améliorer les traitements chirurgicaux, il semble indispensable de mieux comprendre le rôle de ces textiles *in vivo* et l'impact de leur architecture sur leurs propriétés.

Nous proposons une méthode basée sur l'identification Data-Driven à partir de mesures expérimentales pour caractériser l'anisotropie de composites renforcés par un textile prothétique. Cela pourra permettre à terme d'établir plus rapidement des comparatifs entre les textiles et d'évaluer leur compatibilité avec les tissus natifs.

**Mots clés** — anisotropie, identification Data-Driven, grandes déformations, textile.

## 1 Introduction

Les tissus mous du corps humain (paroi abdominale, vaisseaux, tissus pelviens, muscles) présentent parfois des pathologies dont les symptômes sont d'origine mécanique : hypermobilités, dans le cas de la descente d'organes mais aussi perte de rigidité locale comme c'est le cas pour les hernies abdominales. Pour compenser les défaillances de ces parois souples, le traitement chirurgical s'accompagne de l'implantation d'une prothèse textile (mesh) qui va couvrir le défaut et doit restaurer un comportement physiologique.

On retrouve parmi les meshes destinées à une même application une grande diversité de géométries mais aussi de propriétés mécaniques. Après les récents scandales autour de l'usage de ces textiles en urogynécologie, des études récentes ont montré la nécessité de prendre en compte le comportement mécanique de ces mesh pour optimiser leur intégration *in vivo* [3].

Les textiles sont des structures tricotées qui présentent une réponse mécanique anisotrope, non linéaire ainsi que de grandes déformations. Une fois implanté sur les tissus défaillants, le textile prothétique forme un composite biologique : tissu natif, textile et tissus cicatriciel. C'est ce matériau complexe qui doit mimer le comportement physiologique des tissus natifs [7]. Il s'agit donc de mettre en lumière des critères objectifs sur la réponse mécanique de ce composite pour valider sa compatibilité *in vivo*.

Nous proposons dans cette étude de nouveaux outils pour l'exploration du comportement mécanique de composites à renfort textile. À partir d'un matériau modèle mimant le composite biologique, une méthode de caractérisation expérimentale avancée est mise en place pour réaliser un essai de sollicitation hétérogène couplé à la mesure de champs par Corrélation d'Images Numériques (CIN). Ces mesures expérimentales servent ensuite à reconstruire les champs de contrainte par une approche Data-Driven. Ces données permettent d'évaluer des indicateurs de l'anisotropie du matériau.

## 2 Caractérisation expérimentale

### 2.1 Matériel

Pour faciliter l'étude et la compréhension du composite biologique, on propose d'étudier un matériau modèle composé d'un silicone mimant les tissus natifs biologiques renforcé par un textile prothétique. Ce

composite synthétique est fabriqué en coulant une plaque de silicone enrobant le textile prothétique [6].

Les éprouvettes sont découpées dans des plaques d'une épaisseur moyenne de 5 mm. Elles mesurent 70 mm largeur par 60 mm de hauteur totale. Une encoche est ensuite découpée sur un des bords à l'aide d'un emporte-pièce cylindrique de diamètre 20 mm. La géométrie finale est présentée dans la Figure 1.

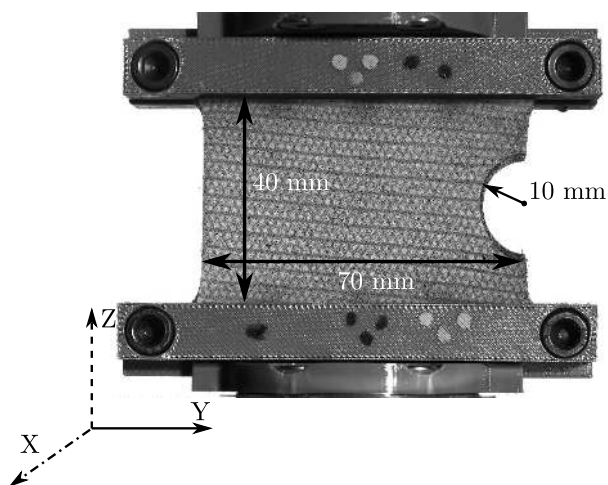


FIGURE 1 – Éprouvette de test

## 2.2 Protocole expérimental

L'éprouvette est soumise à un trajet de chargement complexe dans le plan, grâce à un hexapode (BREVA, Symetrie), voir Figure 2. La trajectoire du plateau de l'hexapode consiste en une translation monotone dans la direction verticale couplée à une translation horizontale et une rotation cyclique dans le plan de l'éprouvette, voir Figure 2. Les efforts sont mesurés grâce à un capteur 6 axes (K6D40, ME Systems). L'éprouvette est recouverte au préalable d'un mouchetis pour mesurer les déformations dans la structure par CIN. Une caméra 47 MPx (Vieworks VA-47MC) permet d'enregistrer les images à une fréquence choisie de 1 fps. L'enregistrement des efforts est synchronisé à la prise d'images.

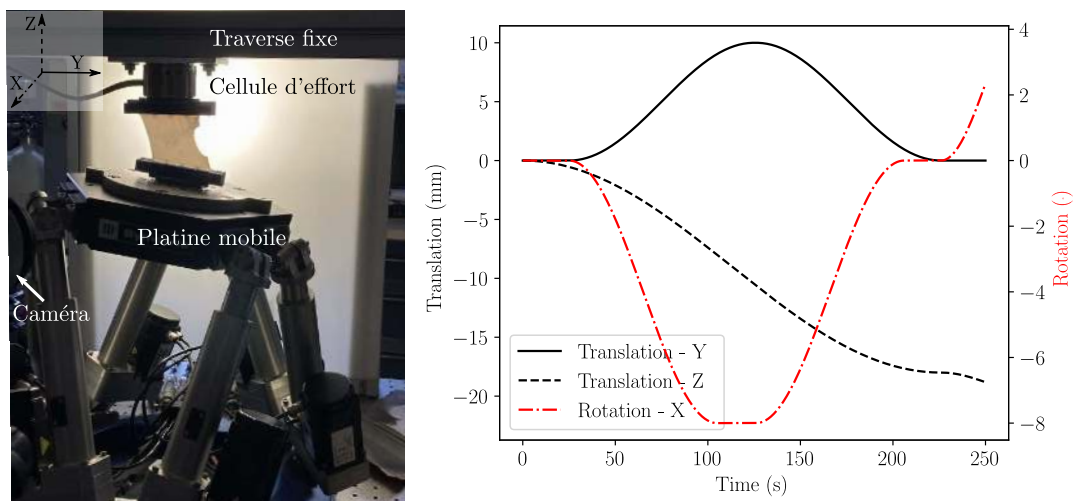


FIGURE 2 – Montage expérimental et commande de déplacement de l'hexapode

### 3 Méthodes numériques

#### 3.1 Corrélacion d'images et champs de déformation

Les champs de déplacement sont obtenus par CIN grâce au logiciel UFreckles [8]. Cette méthode, basée sur l'équation du flot optique entre une image de référence  $f$  et une image déformée  $g$ , recherche  $u(x)$  le vecteur des déplacements à la position  $x$  tel que :  $f(x) = g(x + u(x))$ .

La méthode de résolution repose sur une interpolation par éléments finis des champs de déplacement. La zone utile pour la CIN est maillée avec des éléments linéaires triangulaires (T3P1, taille moyenne de 80px) comme l'illustre la Figure 3. Le calcul des champs de déplacement est initialisé par un premier calcul de corrélation à une échelle grossière grâce à DISFlow [4] puis optimisé jusqu'aux échelles les plus fines grâce à UFreckles.

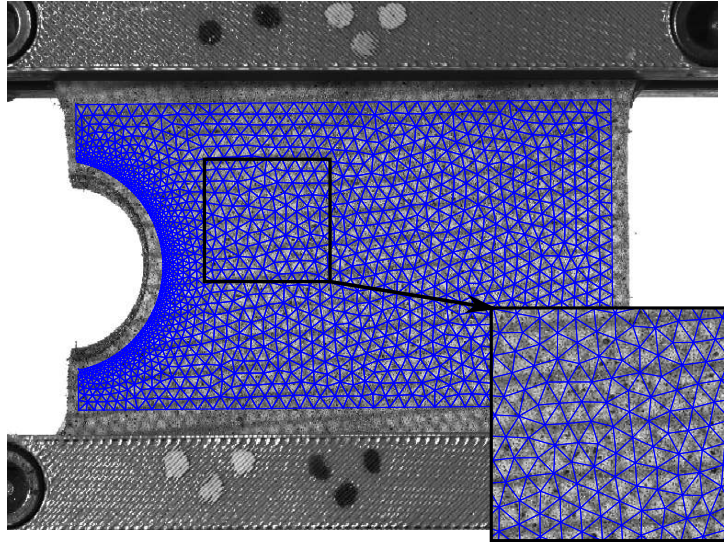


FIGURE 3 – Maillage EF pour le calcul de corrélation d'images

À partir des déplacements, le tenseur des déformations de Hencky  $\mathbf{H}$  est évalué aux points d'intégration :

$$\mathbf{H} = \ln \mathbf{V}. \quad (1)$$

$\mathbf{V}$  est le tenseur des dilatations défini par la décomposition polaire du gradient de la transformation. Les invariants du tenseur de Hencky sont particulièrement utiles pour rendre compte de l'intensité et du type de sollicitation vue par le point matériel [1]. Le second invariant  $K_2$  renseigne sur l'intensité de la sollicitation. Le troisième invariant,  $K_3$  évolue sur l'intervalle  $[-1, 1]$ . On aura alors :

- $K_3 = 1$  en traction uniaxiale,
- $K_3 = 0$  en cisaillement pur,
- $K_3 = -1$  en traction équi-biaxiale.

#### 3.2 Identification Data Driven non paramétrique

L'objectif de la DDI consiste à calculer les contraintes dans un matériau à partir du champ de déplacement et des forces appliquées, sans connaître la loi de comportement. La DDI utilise une large base de données base de données de mesures de déformations. Dans notre cas, la base de données est le résultat des calculs de CIN effectués à partir des images prises au cours de l'essai. L'ensemble des données correspondant à une image est appelé "snapshot". Ces snapshots constituent les données d'entrée de l'algorithme de DDI.

L'espace des phases pour décrire l'état du matériau regroupe le tenseur des déformations de Hencky,  $\mathbf{H} = \ln(\mathbf{V})$  [2] et le tenseur des contraintes de Cauchy  $\boldsymbol{\sigma}$ .

Grâce aux données expérimentales, on dispose pour chaque snapshot  $X$  des quantités suivantes :

- les déplacements nodaux  $(\mathbf{u}_j^X)_j$  obtenus par CIN,

- le maillage et la table de connectivité, qui permettent de calculer le gradient du déplacement et d'obtenir les déformations de Hencky à chaque point d'intégration  $e$ , ce qui correspond à  $N_e$  tenseurs de déformations ( $N_e = 2714$  éléments T3P1),
- les résultantes des forces et des moments au bord, mesurées par le capteur de charge multiaxial : **P**.

Ces quantités sont les données d'entrée de l'algorithme DDI. La base de données est constituée ici de  $N_X = 124$  snapshots pour lesquels on dispose de  $N_e = 2714$  états de déformations  $\mathbf{H}_e^X$ . L'objectif de la DDI est d'associer à ces états de déformation des états de contraintes  $\boldsymbol{\sigma}_e^X$ . Ces  $N_e \times N_X$  couples  $(\mathbf{H}_e^X, \boldsymbol{\sigma}_e^X)$  sont appelés états mécaniques. Pour ce faire, on introduit une description discrète du comportement du matériaux via  $N^*$  ( $N^* < N_e \times N_X$ ) couples  $(\mathbf{H}_i^*, \boldsymbol{\sigma}_i^*)_i$ , appelés états matériaux qui sont des inconnues supplémentaires d'un problème formulé de la manière suivante :

- pour l'ensemble des snapshot  $X$  et des points d'intégration  $e$ , il est possible d'obtenir des états mécaniques  $\boldsymbol{\sigma}_e^X$  qui satisfont l'équilibre avec les efforts appliqués,
- pour chaque snapshot  $X$ , un état matériau  $(\mathbf{H}_i^*, \boldsymbol{\sigma}_i^*)$  est assigné à chaque point d'intégration  $e$  qui est le plus proche de cet état mécanique suivant la norme énergétique  $\|\cdot\|_{\mathbb{C}_e}$ .

D'après Kirchdoerfer and Ortiz [5], cette norme énergétique s'écrit :

$$\|(\mathbf{H}, \boldsymbol{\sigma})\|_{\mathbb{C}_e}^2 = \frac{1}{2}(\mathbf{H} : \mathbb{C}_e : \mathbf{H} + \boldsymbol{\sigma} : \mathbb{C}_e^{-1} : \boldsymbol{\sigma}), \quad (2)$$

avec  $\mathbb{C}_e$  un tenseur symétrique défini positif d'ordre 4. Cela peut être apparenté à une méthode de clustering permettant, sous contrainte d'équilibre avec les efforts appliqués, d'associer à chaque état mécanique  $(e, X)$ , c'est-à-dire à chaque couple  $(\mathbf{H}_e^X, \boldsymbol{\sigma}_e^X)$  de la base de données d'états mécaniques, un état matériau  $i = s(e, X)$ , c'est-à-dire un couple  $(\mathbf{H}_i^*, \boldsymbol{\sigma}_i^*)$ . Pour identifier les états matériaux  $(\mathbf{H}_i^*, \boldsymbol{\sigma}_i^*)$  et les contraintes mécaniques  $\boldsymbol{\sigma}_e^X$ , on résout le problème de minimisation :

$$\text{solution} = \arg \min_{\mathbf{H}_i^*, \boldsymbol{\sigma}_i^*, \boldsymbol{\sigma}_e^X} \sum_X \sum_e w_e^X \|(\mathbf{H}_e^X - \mathbf{H}_i^*, \boldsymbol{\sigma}_e^X - \boldsymbol{\sigma}_i^*)\|_{\mathbb{C}_e}^2, \quad (3)$$

avec  $w_e$  le poids d'intégration sous contrainte que les champs de contraintes mécaniques  $\boldsymbol{\sigma}_e^X$  sont en équilibre avec les efforts appliqués.

## 4 Résultats

### 4.1 États de déformation dans l'éprouvette

Pour chaque snapshot  $X$  et chaque élément  $e$  du maillage, les invariants  $K_2$  et  $K_3$  sont calculés. La Figure 4 représente un histogramme joint de ces invariants pour l'ensemble des éléments et l'ensemble des snapshots, cela représente  $N = N_X \times N_e$  points. L'espace est pavé en discrétisant  $K_2$  en abscisse pour l'intensité de la sollicitation et  $K_3$  en ordonnée pour le type de sollicitation. Pour chaque couple  $\{K_2, K_3\}$ , on comptabilise le nombre d'éléments  $n$  appartenant à cet élément du pavage qu'on ramène au nombre total d'élément  $N$  pour obtenir une probabilité  $P : P(K_2, K_3) = \frac{n}{N}$ . Dans la Figure 4, les couleurs correspondent à  $\log(P)$ . Plus les couleurs sont claires, plus la probabilité d'avoir des éléments dans un des pavés est importante.

La géométrie de l'éprouvette ainsi que le trajet de chargement permettent de balayer une large plage d'états de sollicitation, que ce soit en intensité ou en type de sollicitation. La Figure 5 met en évidence la répartition dans l'éprouvette des invariants du tenseur de Hencky à différents instants de l'essai.

### 4.2 Analyse du désalignement des directions principales : un indicateur de l'anisotropie

Grâce au calcul du champs de contraintes avec la DDI, nous disposons de  $N^*$  états matériaux et de  $N_X \times N_e$  états mécaniques. Les tenseurs eulériens de Cauchy et de Cauchy-Green gauche  $\mathbf{B} = \mathbf{F}^T \mathbf{F}$  sont symétriques et diagonalisables. Pour un matériau isotrope, les directions des contraintes principales et des déformations principales sont identiques. Ce n'est pas le cas pour des matériaux anisotropes.

Pour chaque élément et chaque snapshot, les tenseurs de Cauchy et de déformations eulériens ont été diagonalisés. Le produit scalaire entre les vecteurs propres obtenus permet d'identifier l'angle de

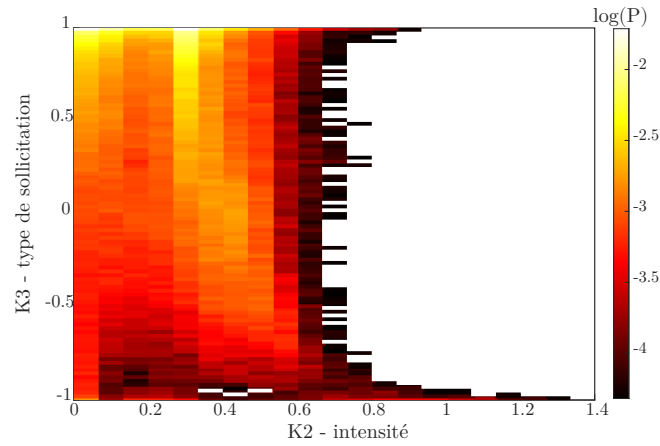


FIGURE 4 – Cartographie de l'évolution des invariants du tenseur de Hencky pendant l'essai pour l'ensemble des éléments du maillage, *ie* 124 images  $\times$  2714 éléments.

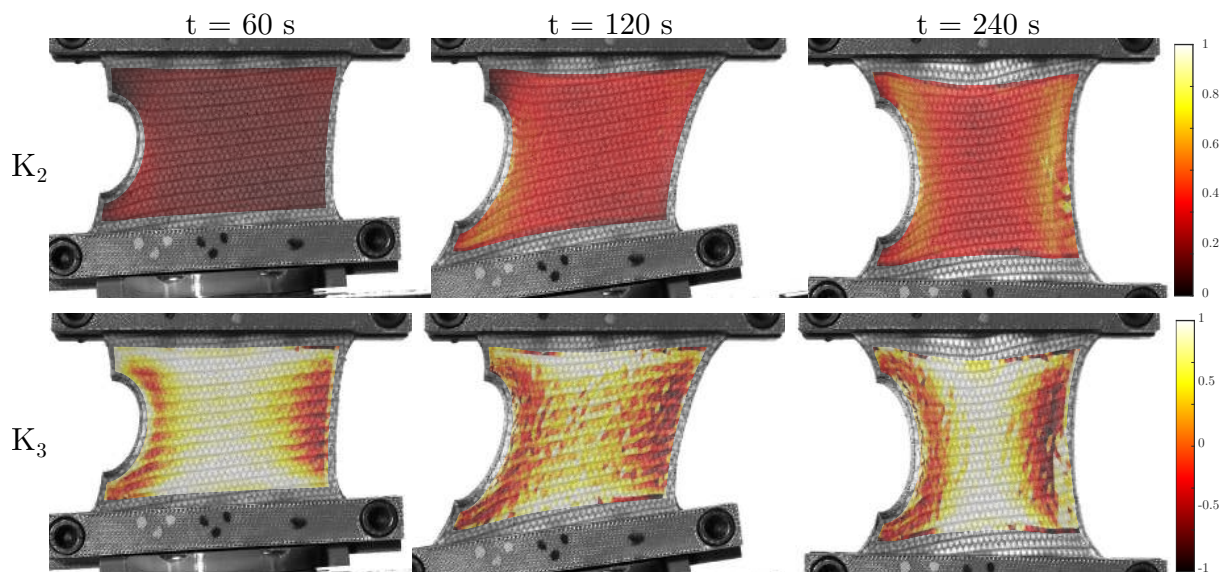


FIGURE 5 – Évolution de  $K_2$  (a),  $K_3$  (a) et de l'angle de désalignement entre les directions principales des contraintes et des déformations (c) à différents instants de l'essai.

désalignement dans le plan entre les directions principales des contraintes et celles des déformations pour chaque élément du maillage EF (Figure 6).

Grâce à la même méthode, il est possible d'identifier l'angle de désalignement directement sur les états matériaux. Sur les histogrammes de la Figure 6, il apparaît que les états matériaux suffisent à mettre en évidence la signature d'un comportement anisotrope.

Pour établir le lien entre l'état de chargement et l'anisotropie, il faut alors plutôt considérer les états mécaniques. La Figure 7 représente les cartographies d'angles à différents instants ainsi que l'évolution de cet angle en fonction du temps (dans certains éléments ou médian dans toute l'éprouvette). Les premières valeurs sont très élevées, cela peut être dû aux incertitudes de la méthode, aux instants où les déformations sont faibles. Que ce soit sur la valeur médiane ou en chaque point, l'évolution de cet angle suggère une dépendance du désalignement à la sollicitation.

## 5 Conclusion et perspectives

Les composites à renfort tricoté sont des matériaux complexes dont le comportement anisotrope est fortement influencé par l'architecture. Nous avons proposé ici une méthode d'identification sur un matériau anisotrope homogène équivalent. Cette homogénéisation se base sur les observations expéri-

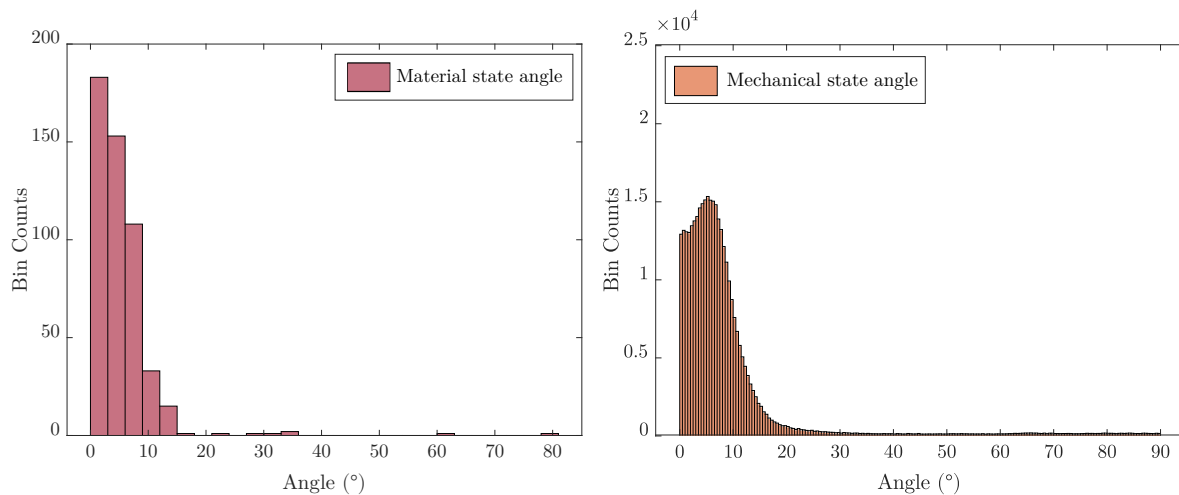


FIGURE 6 – Distribution des angles de désalignement à partir des états matériaux (gauche) et des états mécaniques (droite).

mentales et la définition d'un maillage EF permettant d'obtenir les déformations homogénéisées (CIN) et les contraintes correspondantes (DDI). Le recours à l'identification Data-Driven a permis à partir d'un seul essai d'identifier une signature du comportement anisotrope du composite synthétique.

Grâce aux calculs des contraintes, ces travaux doivent se poursuivre par l'identification de lois de comportement anisotropes sans avoir recours aux méthodes usuelles de recalage par éléments finis. Cette approche permettra à terme de comparer plus rapidement les textiles prothétiques et leur impact dans un composite synthétique. Cette méthodologie semble prometteuse pour discriminer les options de textiles prothétiques en fonction des applications et des tissus biologiques ciblés.

Les observations ont été faites sur un matériau homogénéisé. Il serait intéressant de prendre en considération les hétérogénéités engendrées par l'architecture dans la réponse du matériau pour évaluer les performances de la DDI à différentes échelles : macroscopique homogénéisée ou mésoscopique à l'échelle de la maille et d'établir ainsi des liens entre l'architecture et la réponse anisotrope.

## Références

- [1] J.C. Criscione, J.D. Humphrey, A.S. Douglas, W.C. Hunter. *Invariant basis for natural strain which yields orthogonal stress response terms in isotropic hyperelasticity* Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 48(12), p. 2445–2465. 2000.
- [2] M. Dalémat, M. Coret, A. Leygue, E. Verron. *Measuring stress field without constitutive equation*, Mechanics of Materials, Volume 136, 2019.
- [3] C. R. Deeken, S. P. Lake. *Mechanical properties of the abdominal wall and biomaterials utilized for hernia repair*, Journal of the Mechanical Behavior of Biomedical Materials, Volume 74, Pages 411-427, 2017.
- [4] Kroeger T, Timofte R, Dai D, Van Gool L. *Fast optical flow using dense inverse search*, Computer Vision – ECCV 2016, vol. 9908, p. 471–88, 2016.
- [5] M. Kirchdoerfer, M. Ortiz. *Data-driven computational mechanics*, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering 304, 81-101, 2016.
- [6] A. Morch, L. Astruc, P. Lecomte-grosbras, D. Soulat, M. Brieu. *Modeling of anisotropic hyperelastic heterogeneous knitted fabric reinforced composites*. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 127 :47–61, 2019.
- [7] A. Morch, G. Doucède, P. Lecomte-Grosbras, M. Brieu, C. Rubod, M. Cosson. *Pelvic organ prolapse meshes : Can they preserve the physiological behavior ?*, Journal of the Mechanical Behavior of Biomedical Materials, Volume 120, 2021.
- [8] J. Réthoré, « UFreckles ». 2018. doi : 10.5281/zenodo.1433776.

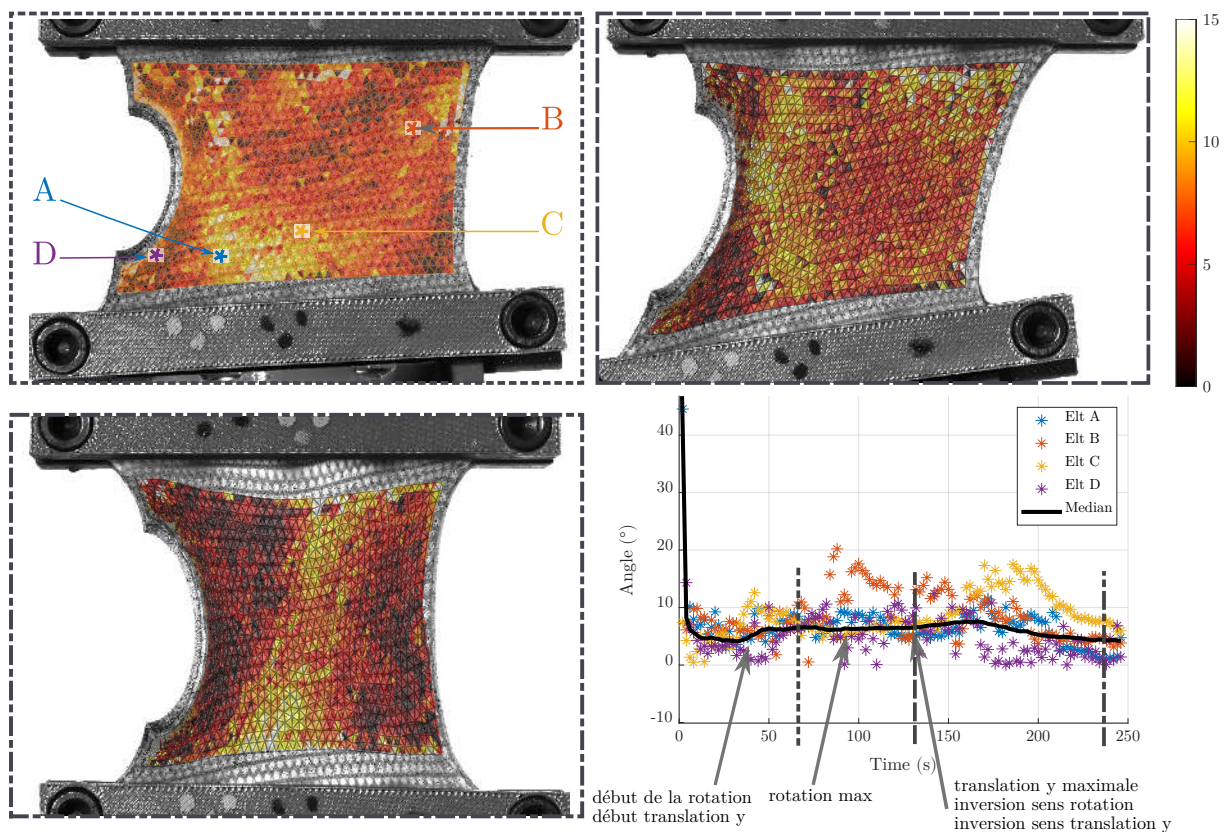


FIGURE 7 – Évolution de l'angle entre les bases principales des contraintes et des déformations en fonction du temps.