

Dynamique non linéaire d'un tube avec butée annulaire radiale. Analyse numérique et expérimentale.

P. Becerra Zuniga^{1,2}, S. Baguet¹, R. Dufour¹, B. Prabel² et C. Grenat³

¹ Univ Lyon, INSA Lyon, CNRS, LaMCoS, UMR5259, 69621 Villeurbanne, France

² Université Paris-Saclay, CEA, Service d'Études Mécaniques et Thermiques, 91191, Gif-sur-Yvette, France

³ Framatome, 1 Pl. Coupole Jean Millier, 92400 Courbevoie, mail: clement.grenat@framatome.com

Résumé — Dans les Générateurs de Vapeur (GV) des vibrations sous écoulement avec des impacts provoquent l'usure des tubes intérieurs au cours du temps. Pour approfondir la compréhension de la réponse non linéaire de ces structures, une maquette simplifiée représentant un tronçon de tube en U de Générateur de Vapeur et son modèle numérique sont utilisés pour confronter calculs et mesures. La méthode d'équilibrage harmonique (HBM) a été utilisée pour calculer les réponses stationnaires multi-stables du système, ainsi que les points de bifurcation.

Mots clés — Dynamique non linéaire, contact frottement, équilibrage harmonique, HBM, bifurcations.

1 Introduction

Les structures soumises à des excitations répétées accusent généralement à terme fatigue et usure en cas de frottement avec des contacts potentiels [6]. Dans le domaine nucléaire, cela concerne notamment les tubes en U des générateurs de vapeur, Fig. 1. Ces tubes soumis aux interactions avec les plaques entretoises et avec le fluide calo-porteur possèdent un comportement dynamique fortement non linéaire étudié ici à l'aide d'une preuve de concept instrumentée, Fig. 2, et de son modèle numérique pour confronter calculs et mesures.

Afin d'analyser les régimes établis du système dynamique non-linéaire, les méthodes d'intégration temporelle présentent de multiples désavantages ; entre autres lenteur (obligation de considérer les transitoires) et incapacité à obtenir l'ensemble de régimes stationnaires multi-stables en un unique calcul. L'analyse des systèmes non-linéaires à l'aide de ces méthodes est donc très coûteuse en temps de calcul et elle n'est pas adaptée à leur analyse paramétrique.

Pour répondre à ces problématiques, des développements ont été amorcés lors d'une première thèse au sein du CEA en 2021 [2], afin d'intégrer un algorithme qui combine la méthode d'équilibrage harmonique (HBM) avec une procédure de continuation par pseudo-longueur d'arc (PAC) dans le code éléments finis industriel du CEA appelé Cast3M [4].

Ce travail se situe dans la suite de ces travaux et vise à compléter les implémentations dans Cast3M, ainsi qu'à tester l'applicabilité de ces méthodes sur la maquette décrite ci-après. Plus particulièrement, nous allons présenter une analyse comparative numérique-expérimentale, afin de valider expérimentalement les calculs réalisés à l'aide de l'algorithme HBM+PAC développé dans Cast3M et de contact régularisé.

2 La maquette *DINGO*

La maquette *DINGO* (*Dynamical Investigation of Nonlinear steam Generator tube Oscillations*) a été conçue de manière à représenter un tronçon de tube en U de Générateur de Vapeur. Elle est constituée d'un tube droit bi-encastré en flexion avec une butée annulaire à jeu radial et représente une version simplifiée, par sa géométrie et sa configuration, d'un tube intérieur des Générateurs de Vapeur. L'excitation du tube est appliquée avec d'un pot électro-dynamique dans la direction Y, comme indiqué par les figures 2 et 3.

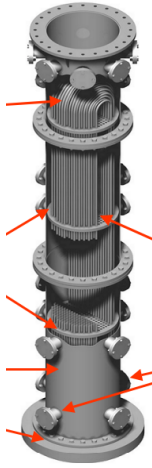


FIGURE 1 – Schéma de l'intérieur d'un Générateur de Vapeur [3].

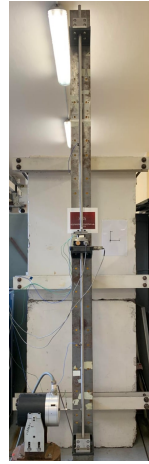


FIGURE 2 – La maquette *DINGO*.

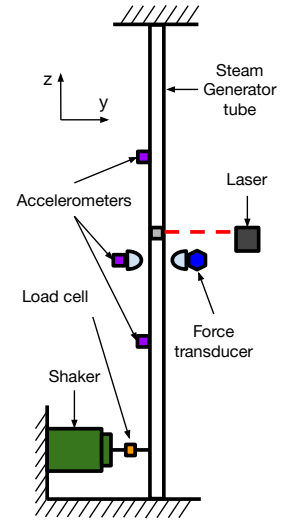


FIGURE 3 – Schéma de la maquette *DINGO* avec les capteurs.

3 Le modèle

Les équations du mouvement du tube en flexion sont établies avec la méthode des éléments finis utilisant des poutres de Timoshenko à 2 nœuds et 4 degrés de liberté par nœud. Le modèle prend aussi en compte la non linéarité de von Karman due au raidissement induit par la déflexion latérale. Les modes propres sont calculés avec le système homogène conservatif débarrassé de sa raideur géométrique. L'analyse de la réponse non linéaire peut alors s'effectuer en projetant le système complet sur les deux premiers modes ce qui aboutit aux deux équations modales non linéaires :

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c_1 & 0 \\ 0 & c_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 & 0 \\ 0 & k_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} f_{c,1}(q_1, q_2) \\ f_{c,2}(q_1, q_2) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} p_{01} \cos(\omega t) \\ p_{02} \cos(\omega t) \end{Bmatrix} \quad (1)$$

où $q_i(t)$ sont les déplacements modaux ($i = 1, 2$); m_i, c_i, k_i , sont les masses, amortissements et raideurs modaux. Dans le cas d'une symétrie parfaite ces paramètres modaux sont égaux deux à deux et deviennent m , c , et k . La projection de l'amplitude de la force du pot électro-dynamique, p_0 , sur la base modale donne p_{01} et p_{02} au second membre des équations modales. Les projections modales des forces de restitution $f_{c,i}$ dues aux chocs tube-butée sont composées par une force normale régularisée, calculée avec la méthode de pénalité, et une force de frottement, basée sur la loi de Coulomb. En outre, les forces $f_{c,i}$ dépendent aussi de l'excentrement du tube par rapport à la butée annulaire : e_x et e_y selon x et y .

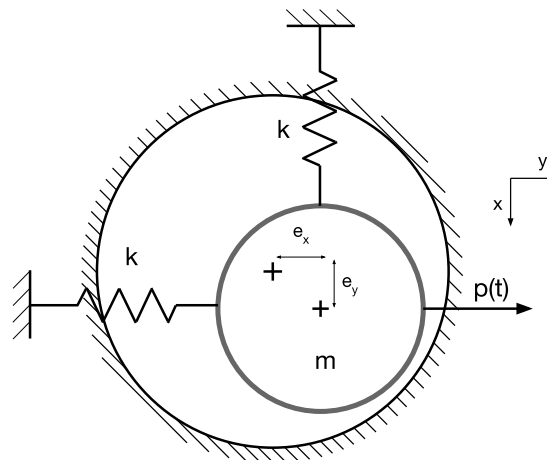


FIGURE 4 – Oscillateur modal à deux variables modales $q_1(t)$ et $q_2(t)$ dans le cas d'un oscillateur planaire symétrique de caractéristiques m , c et k .

4 Méthode numérique : détection et suivi de bifurcations

Afin d'analyser les régimes stationnaires solutions du système d'équation non-linéaire (1), la méthode de résolution en domaine fréquentielle, nommée méthode d'équilibrage harmonique (HBM), la méthode d'analyse paramétrique par continuation en longueur d'arc (PAC), ainsi que la méthode de Hill d'analyse de stabilité sont combinées. Particulièrement bien adaptées aux systèmes non-linéaires, la méthode résultante vise à calculer l'ensemble des régimes stationnaires non-isolés, leur stabilité, ainsi que les transitions entre type de régime (point de bifurcation) en fonction des paramètres considérés du système.

Dans un premier temps, on peut récrire le système d'équations (1) de la façon suivante :

$$M\ddot{q}(t) + C\dot{q}(t) + Kq(t) + f_{nl}(q, \dot{q}) = p(t), \quad (2)$$

La méthode d'équilibrage harmonique (HBM) est utilisée pour approcher des solutions périodiques stationnaires d'équations différentielles ordinaires (EDO) en projetant les équations sur une base de Fourier. D'où le résidu fréquentiel :

$$R(Q, \omega) = Z(\omega)Q + F_{nl}(Q) - P = 0 \quad (3)$$

où $Z(\omega)$ est la raideur dynamique :

$$Z(\omega) = \text{diag}(K, Z_1, \dots, Z_k, \dots, Z_H) \quad (4)$$

$$\forall k = 1, \dots, H : Z_k = \begin{bmatrix} K - (k\omega)^2 M & k\omega C \\ -k\omega C & K - (k\omega)^2 M \end{bmatrix} \quad (5)$$

H est le nombre d'harmoniques de la base de Fourier considérée, ω est la fréquence de la solution périodique calculée et Q est le vecteur contenant les harmoniques de la solution périodique; $F_{nl}(Q)$ contient les harmoniques des forces non linéaires qui peuvent être calculées à l'aide de la méthode *AFT* (*Alternate Frequency Time*); et P contient les harmoniques correspondants aux forces externes ne dépendant que du temps et/ou de la fréquence.

Afin de faire une analyse paramétrique, ce système algébrique est couplé avec la méthode de continuation PAC. Étant donné que la solution, Q_j , est connue pour une fréquence donnée, ω_j , un pas prédictif est calculé en définissant une longueur d'arc prédéfinie Δs comme montré dans l'équation (6).

$$\begin{bmatrix} R_Q & R_\omega \\ \Delta Q^T & \Delta \omega \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta Q \\ \Delta \omega \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ \Delta s^2 \end{Bmatrix} \quad \begin{Bmatrix} Q_{j+1} \\ \omega_{j+1} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} Q_j \\ \omega_j \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \Delta Q \\ \Delta \omega \end{Bmatrix} \quad (6)$$

où R_Q est la dérivée partielle du résidu (3) par rapport au vecteur contenant les coefficients de Fourier, Q et R_ω est la dérivée partielle du résidu par rapport à la fréquence du forçage.

Une fois $[Q_{j+1}, \omega_{j+1}]$ calculé, pour converger vers la solution, on applique des corrections orthogonales à la tangente à l'aide de la méthode de Newton Raphson comme montré dans l'équation (7).

$$\begin{bmatrix} R_Q^n & R_\omega^n \\ \Delta Q^T & \Delta \omega \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta Q \\ \delta \omega \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -R^n \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (7)$$

De cette façon toutes les solutions périodiques du système peuvent être calculées pour une plage de fréquences prédéfinie. En outre, afin de calculer la stabilité des solutions calculées, les exposants de Floquet sont calculés à l'aide du problème quadratique aux valeurs propres (8) fourni par la méthode de Hill.

$$(\Delta_2 \Lambda^2 + \Delta_1 \Lambda + R_Q) \phi = 0 \quad (8)$$

où Λ sont les valeurs propres du système parmi lesquels ils se trouvent les exposants de Floquet, ϕ sont les vecteurs propres associés. Et les matrices Δ_1 et Δ_2 sont définies dans les équations (9) et (10), respectivement.

$$\Delta_1 = 2\omega \nabla \otimes M + I \otimes C \quad (9)$$

$$\Delta_2 = I \otimes M \quad (10)$$

∇ étant l'opérateur matricielle Nabla qui est constitué comme suit :

$$\nabla = \text{diag}(0, \nabla_1, \dots, \nabla_H) \quad \text{avec} \quad \nabla_j = \begin{bmatrix} j & 0 \\ 0 & -j \end{bmatrix} \quad (11)$$

et I étant la matrice identité.

Résoudre ce problème fournit $2n(2H + 1)$ solutions, où n est le nombre de degrés de liberté (deux dans ce cas particulier), mais il n'existe que $2n$ solutions qui correspondent aux exposants de Floquet. La méthode de tri utilisée consiste à choisir les $2n$ solutions avec la plus faible partie imaginaire comme exposants de Floquet. La position de ces derniers par rapport à l'axe imaginaire, définit la stabilité de la solution : si la partie réelle de tous les exposants est négative, la solution est stable ; sinon, la solution est instable.

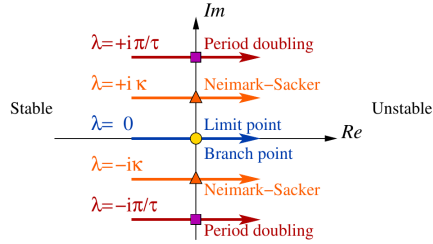


FIGURE 5 – Le type de point de bifurcation est défini par le type d'exposant de Floquet qui traverse l'axe imaginaire [7].

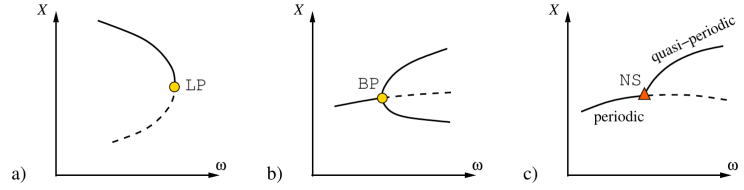


FIGURE 6 – Points de bifurcation : (a) LP : Limit point (b) BP : Branch point (c) NS : Neimark-Sacker. Ligne continue/pointillée : stable/instable [7].

Dans la Fig. (5), les types de bifurcations sont schématisés en fonction de la valeur de la partie réelle de l'exposant ou du couple d'exposants de Floquet lorsqu'ils traversent l'axe imaginaire. En outre, la Fig. (6) donne le sens physique de chaque type de bifurcation : le *Limit Point* indique un changement de direction par rapport à la fréquence, le *Branching Point* indique une brisure de symétrie et le *Neimark-Sacker* indique l'apparition d'un régime quasi-périodique. Les bifurcations du type *Period doubling* sont un cas particulier de *Neimark-Sacker* où la deuxième fréquence gouvernant la solution du système est un multiple entier de la fréquence principale.

Pour détecter les bifurcations qui sont les points où la stabilité de la solution change, il suffit d'étendre le système d'équations (1) en ajoutant l'équation (8) adaptée au type de bifurcation recherchée. En faisant ceci et en appliquant encore une fois la méthode de continuation PAC, nous sommes capables de détecter les points de bifurcation et de les suivre par rapport à des paramètres différents de la fréquence du forçage [7, 1, 5]. Ceci a un intérêt capital dans ce cas, car on peut l'appliquer au modèle de la maquette *DINGO* pour étudier le comportement par rapport à l'excentrement du tube.

5 Résultats

Les principales dimensions du tube et les propriétés mécaniques du matériau figurent dans les tableaux 1 et 2, respectivement.

TABLEAU 1 – Les dimensions du tube éprouvette.

Paramètres géométriques	Dimensions
Diamètre externe	19.3 mm
Épaisseur	1.4 mm
Longueur	2620 mm

En prenant en compte les caractéristiques de la maquette présentées aux tableaux 1 et 2 et après avoir adimensionné les variables principales du système, les valeurs adimensionnées des paramètres du modèle

TABLEAU 2 – Les propriétés mécaniques du matériau.

Acier Z2CN18-10 (304L)	
Masse volumique	8000 kg/m ³
Module d'Young	193 GPa
Coefficient de Poisson	0.3

décrit dans l'équation (1) sont les suivants : $m = 1$, $k = 1$, $c = 0.01$, $p_{01} = 0$ et $p_{02} = 0.1625$. L'amortissement modal de 1% pour l'ensemble de modes considéré et la raideur de contact de 1.25×10^5 N/m, ont été identifiés à partir des résultats expérimentaux.

Par ailleurs, étant donné que la fréquence propre mesurée est légèrement plus faible que la fréquence calculée, les encastresments en flexion du modèle ont été remplacés par des raideurs en rotation pour obtenir un meilleur accord calcul-mesure.

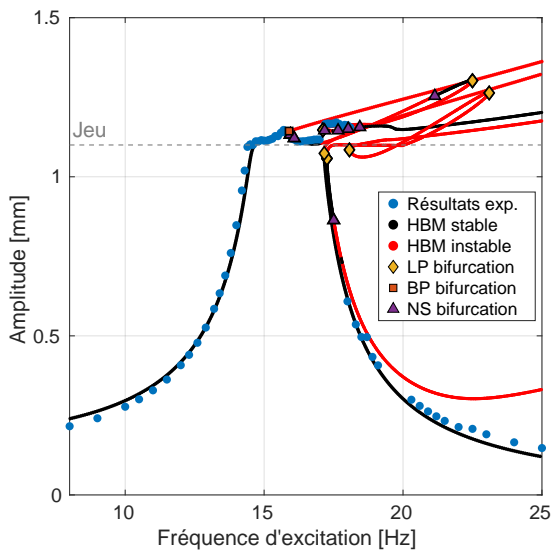


FIGURE 7 – FRF selon Y (direction du forçage), pour une configuration centrée.

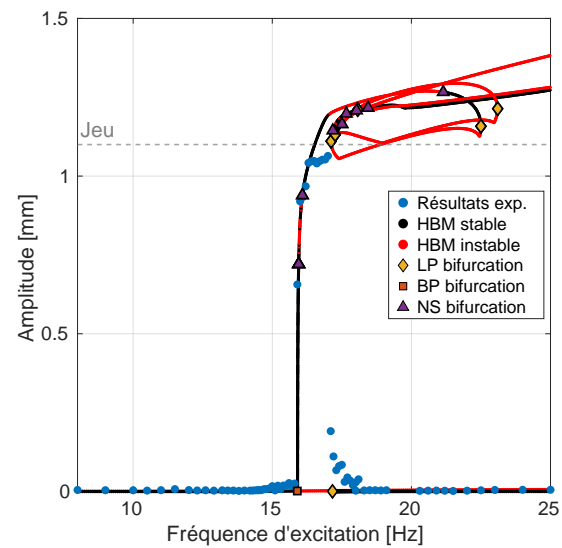


FIGURE 8 – FRF selon X (direction transversale au forçage), pour une configuration centrée.

Dans les Figs. 7 et 8, les courbes continues, intitulées HBM, représentent les résultats numériques et leur couleur indique leur stabilité. A chaque changement de stabilité se situe un point de bifurcation (*LP*, *BP*, *NS*) indiquant la modification du type de régime stationnaire. Les résultats expérimentaux sont représentés par un point bleu unique pour chaque fréquence de forçage ayant servi à exciter la structure lors des essais. La valeur de ces résultats correspondent aux moyennes des amplitudes maximales du tube au niveau de la butée sur les soixante dernières périodes de forçage de chaque essai à fréquence fixe.

La Fig. 9 est un zoom sur la zone d'impact de la figure 7, celle-ci montre la bonne superposition des amplitudes maximales expérimentales (les points bleus) avec les courbes calculées à l'aide de Cast3M. En plus, les bifurcations de la zone d'intérêt sont plus lisibles. Par exemple, le carré orange est une bifurcation du type *Branching point*, ce qui correspond à une brisure de symétrie. Cette bifurcation prédit assez précisément la fréquence pour laquelle, l'orbite du tube sous impact n'est plus plate mais annulaire que ce soit numériquement qu'expérimentalement. On peut voir ce phénomène dans les Figs. 10 et 11, correspondants aux lignes verticales (A) et (B) dans la Fig. 9. La trajectoire du tube précédent au *Branching point* (Fig. 10) reste dans le plan d'excitation, tandis que la trajectoire postérieure au *Branching point* (Fig. 11) est annulaire, donc on apprécie bien l'apparition de la brisure de symétrie dans le système avec la montée en fréquence.

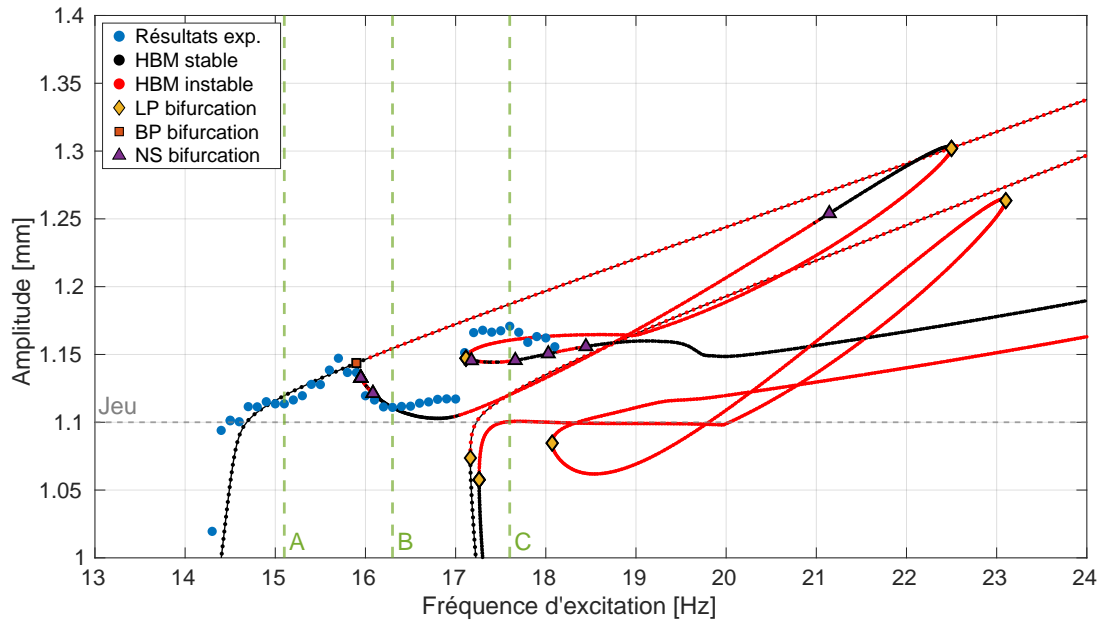


FIGURE 9 – Détail de la FRF selon Y (Fig. 7).

Même si la comparaison entre les régimes mesurés et calculés est cohérente, il est également à noter que les solutions numériques stables présentes à plus hautes fréquences n'ont pas été trouvées expérimentalement. Cela pourrait être dû au nombre insuffisant de modes choisis pour l'analyse ou dû au bassin d'attraction expérimental des solutions stables pour des fréquences plus élevées, possiblement très étroit.

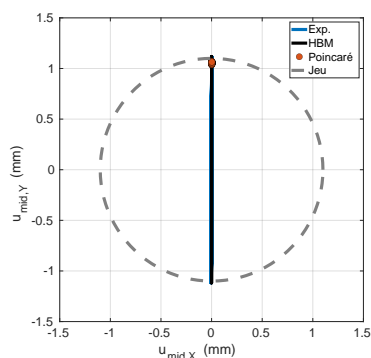


FIGURE 10 – Trajectoire du tube au point d'impact pour une fréquence d'excitation de $\omega = 15.1$ Hz. Correspondant à la ligne pointillée verte A de la Fig. 9.

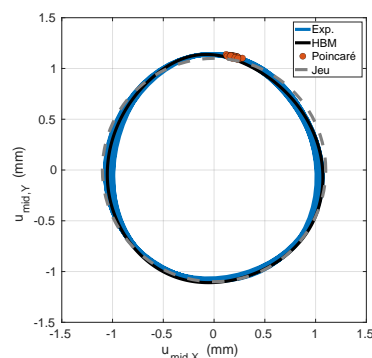


FIGURE 11 – Trajectoire du tube au point d'impact pour une fréquence d'excitation de $\omega = 16.3$ Hz. Correspondant à la ligne pointillée verte B de la Fig. 9.

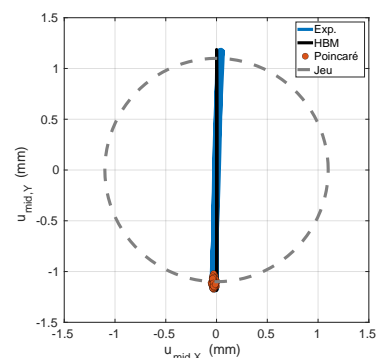


FIGURE 12 – Trajectoire du tube au point d'impact pour une fréquence d'excitation de $\omega = 17.6$ Hz. Correspondant à la ligne pointillée verte C de la Fig. 9.

Par ailleurs, la position de la butée radiale est réglable avec une précision de $10\ \mu\text{m}$ ce qui autorise son excentrement par rapport au tube, voir la figure 4. Afin d'observer l'influence des excentremets sur la dynamique du système, de multiples configurations d'excentrement seront ensuite réalisées expérimentalement et numériquement.

6 Conclusions et perspectives

La maquette *DINGO* est une expérience conçue dans le but d'approfondir la compréhension de la dynamique des tubes des Générateurs Vapeur. Elle est constituée d'un tube droit vertical bi-encasté, inséré dans une butée annulaire radiale placée au milieu de sa longueur. Nous avons analysé la dynamique du tube autour du point d'impact en comparant la courbe de réponse en fréquence numérique (HBM+PAC) et les amplitudes mesurées pour des essais à fréquence fixée. Les résultats de cette comparaison ont été quantitativement satisfaisants car nous avons été capables de prévoir des bifurcations indiquant des changements de régime et retrouver les mêmes changements dans la dynamique mesurée lors des expériences avec la maquette.

À partir de ces résultats, nous allons comparer les suivis des bifurcations détectées numériquement avec les résultats expérimentaux lors des expériences avec le tube décentré par rapport à la butée annulaire. En outre, en vue de ces résultats, nous voudrions améliorer le calcul des exposants de Floquet pour augmenter la qualité de la stabilité calculée et, par conséquent, la détection de bifurcations. Des modèles d'interaction fluide structure devraient être implémentés ultérieurement pour s'approcher du cas réel des tubes de Générateur Vapeur, mais dans ce cas particulier, des comparaisons avec des résultats expérimentaux ne pourront pas être menés simplement. Enfin, une perspective de ces travaux pourra être la construction d'un modèle pour prendre en compte un tube en U inversé complet, plus représentatif de la géométrie des Générateurs de Vapeur.

Références

- [1] R. Alcorta, S. Baguet, B. Prabel, P. Piteau et G. Jacquet-Richardet. *Period doubling bifurcation analysis and isolated sub-harmonic resonances in an oscillator with asymmetric clearances*, *Nonlinear Dynamics*, Springer, 98(4), 2939-2960, 2019. doi : 10.1007/s11071-019-05245-6.
- [2] R. Alcorta. *Prediction of non-linear responses and bifurcations of impacting systems : Contribution to the understanding of steam generator vibrations*. Thèse, Ecole Doctorale MEGA de Lyon, 2021-LYSEI-032, 2021. URL : <https://www.theses.fr/2021LYSEI032>
- [3] A. Auvinen, J.K. Jokiniemi, A. Lähde, T. Routamo, P. Lundström, H. Tuomisto, J. Dienstbier, S. Güntay, D. Suckow, A. Dehbi, M. Slootman, L. Herranz, V. Peyres et J. Polo. *Steam generator tube rupture (SGTR) scenarios*, *Nuclear Engineering and Design*, Elsevier, 235(2-4), 457-472, 2005. doi : 10.1016/j.nucengdes.2004.08.060.
- [4] Cast3M. Lien : <http://www-cast3m.cea.fr/>.
- [5] C. Grenat, S. Baguet, C. H. Lamarque et R. Dufour. *A multi-parametric recursive continuation method for nonlinear dynamical systems*, *Mechanical Systems and Signal Processing*, Elsevier, 127, 276-289, 2019. doi : 10.1016/j.ymssp.2019.03.011.
- [6] M. J. Pettigrew, C. E. Taylor et N. J. Fisher. *Flow-Induced Vibration Handbook for Nuclear and Process Equipment*, ASME-Wiley, 2022. doi : 10.1002/9781119810995.
- [7] L. Xie, S. Baguet, B. Prabel et R. Dufour. *Bifurcation tracking by Harmonic Balance Method for performance tuning of nonlinear dynamical systems*, *Mechanical Systems and Signal Processing*, Elsevier, 88, 445-461, 2017. doi : 10.1016/j.ymssp.2016.09.037.