

Generation automatique de maillages hexaédriques pour des applications en géophysique à l'échelle régionale.

L. de Abreu Corrêa¹, F. Gatti², J. Camata³, R. Cottureau¹, A. Coutinho⁴

¹ Aix-Marseille Université, CNRS, Centrale Marseille, LMA UMR 7031, Marseille, labcorrea@gmail.com, cottureau@lma.cnrs-mrs.fr;

² LMPS, CentraleSupélec, Université Paris-Saclay, filippo.gatti@centralesupelec.fr

³ Departamento de Ciência da Computação DCC/ICE/UFJF, camata@ice.ufjf.br

⁴ COC/COPPE-UFRRJ, Programa de Engenharia Civil, UFRJ, alvaro.lga.coutinho@gmail.com

Résumé — L'exploration géophysique nécessite des maillages de haute résolution pour modéliser efficacement la Terre. La méthode des éléments spectraux est très utilisée en géophysique pour ses qualités d'efficacité et de parallélisabilité, mais nécessite des maillages hexaédriques, parfois difficile à créer. Cet article présente une technique de maillage basée sur des 27-trees pour générer automatiquement des maillages hexaédriques conformes à la topographie, à la bathymétrie et aux lignes de côtes. Cette méthode est cruciale pour des domaines allant de l'exploration pétrolière à la sûreté nucléaire, en passant par les recherches sur la structure interne de la Terre.

Mots clés — Maillage, Méthode des éléments spectraux, Géophysique, Octrees.

1 Introduction

L'exploration de la structure de la Terre à l'aide de sismogrammes enregistrés en surface est un problème classique en géophysique. Ses applications vont de la compréhension scientifique de l'intérieur de la Terre à des questions plus orientées vers l'industrie, telles que l'exploration pétrolière, la séquestration du CO₂, des déchets nucléaires, la sûreté nucléaire et le risque sismique. Les méthodes actuelles de tomographie élastique dans les milieux géophysiques sont principalement basées sur les temps d'arrivée des premières ondes. Avec ces informations, les géophysiciens parviennent à représenter assez précisément les ondes de très basse fréquence en utilisant, par exemple, des modèles terrestres à symétrie sphérique et stratifiés. À une échelle plus régionale, les méthodes de tomographie sismique telles que la migration inverse (*Reverse Time Migration*) fournissent des modèles assez précis des structures souterraines, telles que celles des réservoirs de pétrole. Cependant, les observations géologiques ainsi que les enregistrements dans la plage de fréquences plus élevées indiquent une forte hétérogénéité de la croûte [1, 2]. Les techniques d'inversion récentes tentent de dépasser les méthodes d'identification classiques en considérant une inversion de l'intégralité de la forme d'onde [3] au lieu de se fier uniquement aux premières arrivées, et ainsi d'identifier des structures à une échelle plus fine. Ce travail d'inversion d'ondes pour obtenir les propriétés mécaniques est effectué à l'aide de méthodes numériques, telles que la méthode des différences finies, très utilisée dans l'industrie pétrolière, la méthode des éléments finis, ou la méthode des éléments spectraux [4], très utilisée pour l'exploration géophysique académique. Pour la méthode des éléments finis et des éléments spectraux, la discrétisation de la géométrie en un maillage est d'une importance capitale pour les résultats. Enfin, si la méthode des éléments spectraux est très largement plébiscitée ces dernières années, c'est principalement en raison de son efficacité numérique, qui est en partie héritée du fait qu'elle est basée sur des éléments tensorisés, les hexaèdres. Malheureusement, il n'est pas toujours facile de créer des maillages composés uniquement d'hexaèdres. L'objectif principal de cet article est de proposer une technique de maillage capable de générer automatiquement des maillages à l'échelle régionale pour des applications géophysiques. La technique n'est pas générique, au sens où elle repose très fortement sur une géométrie correspondant bien aux géophysiques : augmentation moyenne des vitesses de propagation avec la profondeur, et interfaces physiques traversant le milieu de part en part.

2 Mesher for geophysical applications

2.1 Introduction

Le maillage est particulièrement complexe pour les problèmes de propagation d'ondes à haute résolution à l'aide d'hexaèdres conformes dans des géométries réalistes de la Terre [5]. Ici, une haute résolution signifie des maillages contenant des millions d'éléments (pour potentiellement des milliards de degrés de liberté, dans le cadre d'éléments de haut degré polynomial). Pour de tels maillages de grande taille, les algorithmes basés sur des octrees semblent particulièrement efficaces [6, 7]. Les octrees sont des structures de données spatiales utilisées dans divers problèmes en informatique et en ingénierie, par exemple, la représentation d'objets, l'analyse d'images et le maillage non structuré [8]. Les octrees standard divisent une cellule en huit nouvelles cellules. Cependant, il a été démontré qu'une structure en 27-tree, où une cellule est divisée en 27 nouvelles cellules [9], est plus adaptée à la génération de maillages hexaédriques (voir par exemple [10, 11]).

2.2 Maillage avec une taille d'élément dépendant de la profondeur

Dans les problèmes de propagation d'ondes, le paramètre principal qui contrôle la taille des éléments est la vitesse des ondes (longueur d'onde). Les éléments doivent être suffisamment petits pour que les résultats soient précis, mais pas trop pour ne pas obliger à utiliser un pas de temps inutilement petit pour respecter le critère stabilité du schéma (explicite). Dans les problèmes géophysiques, il y a en moyenne un gradient de cette vitesse en fonction de la profondeur, avec des vitesses/longueurs d'onde plus faibles plus proches de la surface de la Terre. Dans cette première étape de notre procédure, nous visons donc à construire un maillage où les éléments sont homogènes le long des plans horizontaux et sont plus grands en profondeur qu'en surface. La construction doit également assurer la conformité du maillage (nécessaire pour la méthode des éléments spectraux) en permettant une transition entre éléments de grande taille et de taille plus petite. Le procédé pour créer les hexaèdres commence par les cellules les plus fines (les plus proches de la surface) et tous les m mètres (paramètre d'entrée, choisi par l'utilisateur et lié à la carte de vitesse des ondes), une couche de transition est introduite. Cette couche est composée de cellules telles que celles illustrées dans la Fig. 1 (et basée sur [5]), ce qui permet d'augmenter la taille des éléments entre deux couches.

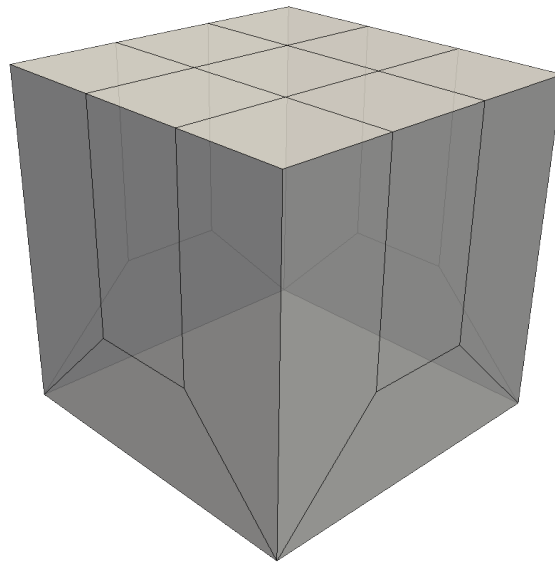


FIGURE 1 – Modèle de 13 hexaèdres utilisé pour la transition entre une couche d'éléments grossiers (en bas) et fins (en haut).

2.3 Prise en compte de la topographie et du niveau de la mer

Afin de représenter des géométries réalistes de la Terre, un schéma lisse [12] est utilisé pour ajuster le maillage en 27-tree avec une triangulation de surface générée à partir des données topographiques SRTM3 [13], échantillonnées à trois secondes d'arc, et obtenues auprès de l'United States Geological Survey [14]. Ce fichier inclut la topographie (altitudes à l'intérieur des terres), complétée par des valeurs nulles au-dessus des océans et des mers. Le résultat de cette étape de la construction est toujours un maillage structuré, mais avec des éléments déformés.

2.4 Prise en compte de la bathymétrie et des interfaces matérielles

Les maillages réalistes de la Terre doivent également inclure la représentation de la bathymétrie, ainsi que diverses interfaces matérielles [15] à l'intérieur de la Terre (par exemple, des bassins induisant des effets de site importants, la discontinuité de Moho, ou autres). Par rapport au maillage construit à l'étape précédente, la bathymétrie peut être considérée comme une discontinuité matérielle (entre solide/solide et solide/fluide), nous ne décrivons donc ici que l'inclusion de la bathymétrie. La bathymétrie est définie à travers une surface GTS, construite à partir du modèle SRTM30_PLUS [16], une grille mondiale de topographie/bathymétrie à résolution de 30 secondes d'arc obtenue auprès de l'Institution Scripps d'océanographie de l'Université de Californie à San Diego [17]. Cette surface STL est définie sur une grille régulière et est modifiée de la manière suivante : des noeuds à altitude nulle sont ajoutés le long du littoral, en utilisant les informations stockées dans la base de données des masses d'eau SRTM [18], et les noeuds à l'intérieur des terres sont situés à haute altitude (supérieure au maximum de la région). Une triangulation de Delaunay 2D est ensuite utilisée pour construire une nouvelle surface STL contenant l'interface fluide-solide. D'autres types de matériaux ou de discontinuités d'interface peuvent être traités de manière similaire, en définissant un fichier STL approprié. Enfin, la surface STL est écrite dans un fichier GTS.

Certains des hexaèdres construits à l'étape précédente sont interceptés par cette surface. Pour que le maillage final soit conforme à l'interface matérielle, ces hexaèdres doivent être davantage déformés. Les hexaèdres interceptés ont été identifiés et regroupés dans des structures en octree (permettant l'application de la méthode Smart-Octree [19]). Après le processus de regroupement, les noeuds de l'octree ont été classés comme fixes ou mobiles. Les noeuds définis comme mobiles sont ensuite déplacés vers la surface. Cette procédure est connue sous le nom de technique smart-octree et comprend les étapes suivantes : (1) vérifier si le bord/la surface est intercepté(e) par la surface ; (2) fixer tous les noeuds qui ne doivent pas bouger ; (3) ajuster les noeuds mobiles sur la surface. La Fig. 2 illustre les étapes (1) et (2), et la Fig. 3 au milieu montre l'étape (3).

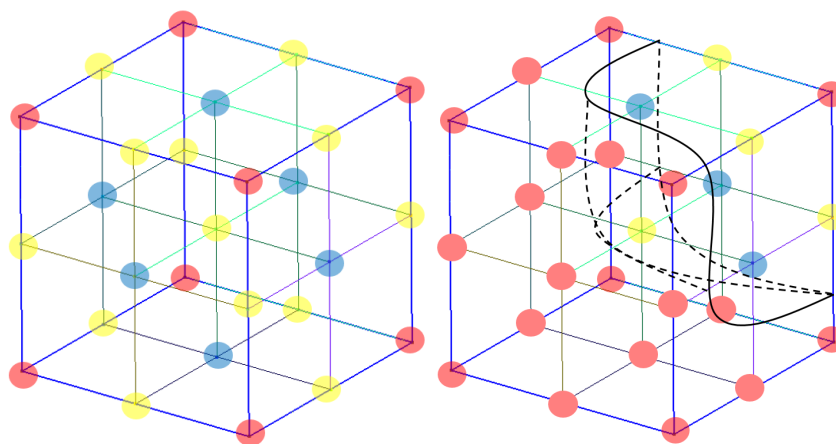


FIGURE 2 – Procédure Smart Octree. L'image de gauche montre le début du processus Smart Octree. Les noeuds jaunes représentent les noeuds de l'octree du bord libre, les noeuds rouges représentent les noeuds fixes, et les noeuds bleus représentent les noeuds de la surface libre. La deuxième image montre les noeuds définis comme fixes (en rouge) et la ligne noire représente l'intersection de la surface bathymétrique. À ce stade, l'algorithme peut déplacer les noeuds pour s'adapter à la surface (comme présenté au milieu de la Fig. 3).

Ce processus peut générer un maillage avec des "doublets". Un doublet se forme lorsque deux éléments voisins partagent deux faces, qui ont un angle d'au moins 180° . Dans cette situation, il est pratiquement impossible de générer une valeur jacobienne raisonnable en utilisant des méthodes de relocalisation des sommets. La technique du "pillowing" a été développée pour supprimer les doublets en affinant les maillages quadrilatéraux/hexaédriques [20, 21, 22, 11]. Le "pillowing" est une opération d'insertion de couches, qui offre une méthode assez simple pour insérer des couches dans des maillages existants. Après l'ensemble de ce processus, la bibliothèque MESQUITE [23] peut être utilisée pour relocaliser les sommets et améliorer la qualité du maillage. La Fig. 3 montre un exemple illustrant le problème des "doublets".

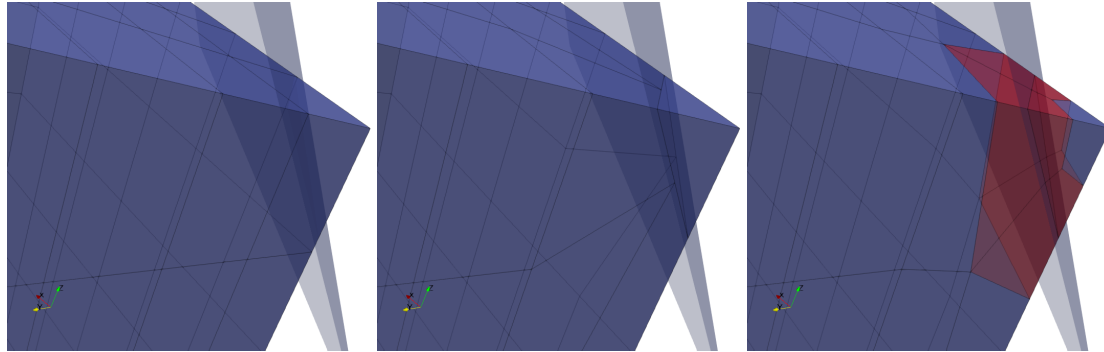


FIGURE 3 – La région opaque grise est la surface divisée, la région opaque bleue représente le maillage. Le maillage d'origine est à gauche, le maillage avec l'algorithme Smart Octree au milieu, et le maillage "pillowing" à droite. On peut remarquer la présence des doublets au milieu. Les éléments rouges ont été générés lors du processus de "pillowing".

2.5 Exemples de génération de maillage

Deux exemples de maillages générés avec le schéma proposé sont présentés dans la Fig. 4. Le premier exemple concerne la région intérieure de Cadarache en France (entre N $43^\circ 48'$ E $4^\circ 30'$ et N $44^\circ 05'$ E $5^\circ 00'$) dans un cube d'environ $40 \times 32 \times 35 \text{ km}^3$. Il n'y a pas d'interface sol-eau et la topographie monte jusqu'à 276 m. Le deuxième exemple concerne la région côtière de Kashiwazaki au Japon (entre N $37^\circ 10'$ E $138^\circ 15'$ et N $37^\circ 40'$ E $138^\circ 55'$) dans un cube d'environ $59 \times 56 \times 55 \text{ km}^3$. La bathymétrie descend jusqu'à 995 m et la topographie monte jusqu'à 920 m. Sur les deux exemples, la gradation du maillage en profondeur, ainsi que les caractéristiques de la topographie (modèle de élévation digital en dessous Fig. 4) et de la bathymétrie, sont clairement visibles. La bibliothèque utilisée pour générer les résultats présentés dans cet article est disponible sur GitHub [24].

3 Conclusion

L'objectif principal de cet article était de présenter une technique de maillage capable de générer automatiquement (c'est à dire avec très peu d'intervention utilisateur) des maillages pour des applications géophysiques. Le schéma présenté, basé sur des 27-trees et des techniques de maillage basée sur Smart-Octree, permet de créer des maillages de haute qualité pour des problèmes de propagation d'ondes à grande échelle. Les exemples de maillages générés dans des régions géographiques spécifiques illustrent la capacité de cette technique à gérer des géométries réalistes de la Terre. Cette avancée est essentielle pour des applications scientifiques et industrielles, notamment dans les domaines de l'exploration pétrolière, de la séquestration du CO₂, de la gestion des déchets nucléaires et sûreté nucléaire.

Références

- [1] S. Takemura, T. Furumura, and T. Maeda. Scattering of high-frequency seismic waves caused by irregular surface topography and small-scale velocity inhomogeneity. *Geophys. J. Int.*, 201 :459–474, 2015.

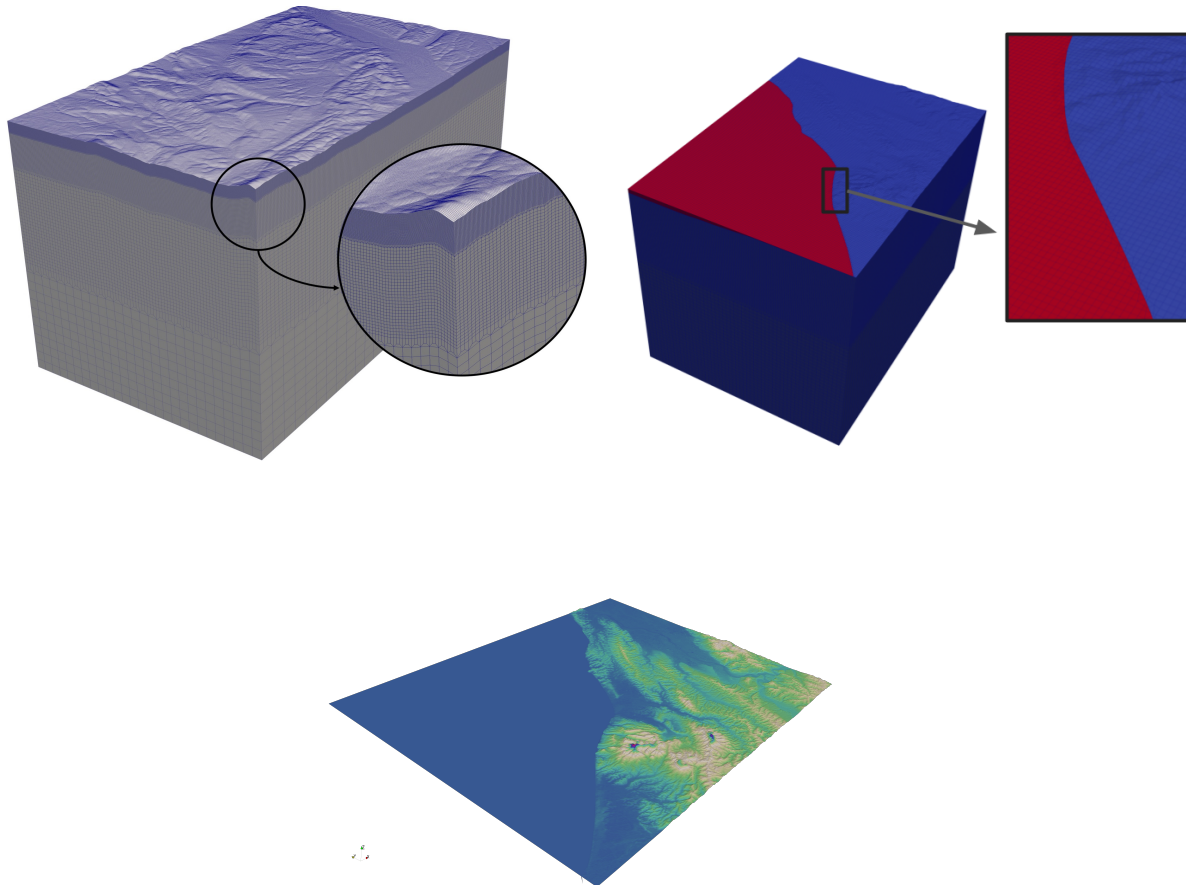


FIGURE 4 – Maillages de la région de Cadarache en France (au-dessus et à gauche), de la région côtière de Kashiwazaki au Japon (au-dessus et à droite) en rouge l’océan et en blue la terra. Finalement, la topographie (modele de élévation digital) utilisée pour Kashiwazaki au Japon (en dessous et au centre), ou la mer a été mis au niveaux 0 m. Les deux maillages ont un peu moins de 2 millions d’éléments.

- [2] M. Meschede and B. Romanowicz. Lateral heterogeneity scales in regional and global upper mantle shear velocity models. *Geophys. J. Int.*, 200 :1076–1093, 2015.
- [3] A. Fichtner. *Full seismic waveform modelling and inversion*. Advances in Geophysical and Environmental Mechanics and Mathematics. Springer, 2012.
- [4] Sara Touhami, Filippo Gatti, Fernando Lopez-Caballero, Régis Cottreau, Lúcio de Abreu Corrêa, Ludovic Aubry, and Didier Clouteau. Sem3d : A 3d high-fidelity numerical earthquake simulator for broadband (0–10 hz) seismic response prediction at a regional scale. *Geosciences*, 12(3) :112, 2022.
- [5] E. Casarotti, M. Stupazzini, S. J. Lee, D. Komatitsch, A. Piersanti, and J. Tromp. CUBIT and seismic wave propagation based upon the spectral-element method : an advanced unstructured mesher for complex 3D geological media. In M. L. Brewer and D. Marcum, editors, *Proceedings of the 16th International Meshing Roundtable*, number 5B, pages 579–597. Springer, 2008.
- [6] C. Burstedde, Lucas C. Wilcox, and Omar Ghattas. p4est : Scalable algorithms for parallel adaptive mesh refinement on forests of octrees. *SIAM Journal on Scientific Computing*, 33(3) :1103–1133, 2011.
- [7] J. J. Camata and A. L. G. A. Coutinho. Parallel implementation and performance analysis of a linear octree finite element mesh generation scheme. *Concurrency and Computation : Practice and Experience*, 25 :826–842, 2013.

- [8] H. Samet. *Applications of spatial data structures : computer graphics, image processing and GIS*. Addison-Wesley Publications, 1989.
- [9] Robert Schneiders. Algorithms for quadrilateral and hexahedral mesh generation. Lectures on computational fluid dynamics, Von Karman Institute, 2000.
- [10] T. J. Tautges. The generation of hexahedral meshes for assembly geometry : survey and progress. *Int. J. Numer. Meth. Engr.*, 50(12) :2617–2642, 2001.
- [11] J. F. Shepherd. *Topologic and geometric constraint-based hexahedral mesh generation*. PhD thesis, University of Utah, 2007.
- [12] Robert Schneiders and Rolf Bünten. Automatic generation of hexahedral finite element meshes. *Computer Aided Geometric Design*, 12(7) :693 – 707, 1995. Grid Generation, Finite Elements, and Geometric Design.
- [13] T. G. Farr, P. A. Rosen, E. Caro, R. Crippen, R. Duren, S. Hensley, M. Kobrick, M. Paller, E. Rodriguez, L. Roth, D. Seal, S. Shaffer, J. Shimada, J. Umland, M. Werner, M. Oskin, D. Burbank, and D. Alsdorf. The shuttle radar topography mission. *Rev. Geophys.*, 45(2) :2005RG000183, 2007.
- [14] Shuttle radar topography mission.
- [15] Y. Zhang, T. J. R. Hughes, and C. L. Bajaj. An automated 3D mesh generation method for domains with multiple materials. *Comp. Meth. Appl. Mech. Engr.*, 199(5-8) :405–415, 2010.
- [16] J. J. Becker, D. T. Sandwell, W. H. F. Smith, J. Braud, B. Binder, J. Depner, D. Fabre, J. Factor, S. Ingalls, S.-H. Kim, R. Ladner, K. Marks, S. Nelson, A. Pharaoh, R. Trimmer, J. von Rosenberg, G. Wallace, and P. Weatherall. Global bathymetry and elevation data at 30 arc seconds resolution : SRTM30 PLUS. *Marine Geodesy*, 32(4) :355–371, 2009.
- [17] Shuttle radar topography mission.
- [18] SRTM Water Body Database.
- [19] László Kudela, Nils Zander, Stefan Kollmannsberger, and Ernst Rank. Smart octrees : Accurately integrating discontinuous functions in 3D. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 306 :406–426, 2016.
- [20] Scott M. A. and Timothy T. J. Pillowing doublets : refining a mesh to ensure that faces share at most one edge. Technical report, Sandia National Labs., Albuquerque, NM (United States), 1995.
- [21] M. J. Borden, J. F. Shepherd, and S. E. Benzley. Mesh cutting : Fitting simple all-hexahedral meshes to complex geometries. In *Proceedings, 8th International society of grid generation conference*, 2002.
- [22] J. F. Shepherd, F. Jason, C. Tuttle, J. Claurissa, C. T. Silva, and Y. Zhang. Quality improvement and feature capture in hexahedral meshes. *The University of Utah, Tech. Rep. UUSCI-2006-029*, 2006.
- [23] M. Brewer, L. Diachin, P. Knupp, T. Leurent, and D. Melander. The mesquite mesh quality improvement toolkit. In *Proceedings of the 12th International Meshing Roundtable*, pages 239–250, Santa Fe, New Mexico, USA, 2003.
- [24] Hexmesh. <https://github.com/jcamata/HexMesh>. Accessed : 2023-11-08.