

# Identification modale d'une poutre non linéaire par analyse vidéo et filtrage de Kalman étendu

S. Lo Feudo<sup>1</sup>, J.-L. Dion<sup>1</sup>, F. Renaud<sup>1</sup>, G. Kerschen<sup>2</sup>, J.-P. Noël<sup>3</sup>

<sup>1</sup> QUARTZ Laboratory (EA7393), VAST-FM, ISAE-Supméca, Saint-Ouen-sur-Seine, France  
{stefania.lofeudo, jean-luc.dion, franck.renaud}@isae-supmecca.fr

<sup>2</sup> Space Structures and Systems Laboratory (S3L), Aerospace and Mechanical Engineering Department, University of Liège, Liège, Belgium  
g.kerschen@uliege.be

<sup>3</sup> Mechanical Engineering Department, KU Leuven, Leuven, Belgium jp.noel@kuleuven.be

---

## Résumé —

Cette étude porte sur l'analyse modale expérimentale d'un système non linéaire, sous l'hypothèse de formes modales presque invariantes, en couplant l'analyse vidéo et le filtrage de Kalman étendu. On considère une poutre encastrée avec une non-linéarité locale, et ses vibrations dans le plan sont mesurées en détectant et en suivant des capteurs (virtuels) collés à la surface extérieure de la poutre. Des techniques spécifiques de traitement d'images et de suivi de cibles sont utilisées et détaillées. Ensuite, les fréquences naturelles instantanées et les amplitudes modales sont identifiées au moyen d'une méthode d'assimilation de données basée sur un filtre de Kalman étendu.

**Mots clés** — Vision par ordinateur, Vibrations non linéaires, Filtre de Kalman étendu, Identification modale.

---

## 1 Introduction

L'identification des propriétés modales d'une structure est une des méthodes de surveillance de la santé des structures adaptées aux structures soumises à des sollicitations dynamiques. Ces applications nécessitent généralement l'utilisation de nombreux accéléromètres, dont l'installation peut être longue et coûteuse. Une solution prometteuse consiste à remplacer les capteurs réels par des capteurs virtuels et d'utiliser des caméras haute résolution et haute/moyenne vitesse comme instrument de mesure. Les techniques de mesure de vibrations basées sur la vision par ordinateur permettent également le suivi et l'identification de non linéarités spécifiques et locales [1, 2] et la détection de l'endommagement [3]. Dans les structures mécaniques, la présence d'assemblages, les contacts, les impacts, les grands déformations peuvent donner lieu à des non linéarités, avec des instabilités et des variations des fréquences modales et des taux d'amortissement avec l'amplitude des vibrations. Dans certains cas, ces non linéarités affectent faiblement la dynamique à l'échelle du système, d'où notre hypothèse de formes modales ressemblant à celles du système linéaire sous-jacent.

Pour traiter une séquence vidéo et mesurer un déplacement dans l'image, existent plusieurs méthodes [4], comme la corrélation d'images numériques (DIC) [5], le flux optique [6] et la méthode d'amplification du mouvement basée sur la phase [7]. L'implémentation de ces algorithmes nécessite souvent la présence de zones de contraste élevées dans l'image, ce qui peut être obtenu par des traitements spécifiques comme la peinture blanche sur fond noir, le mouchetis ou les cibles collées. Le choix du traitement de surface dépend d'un certain nombre de facteurs tels que la résolution de l'image, la quantité physique recherchée et le type d'algorithme de vision par ordinateur appliqué à la séquence vidéo. Si l'utilisation des mouchetis est particulièrement adaptée lorsque on utilise la DIC pour l'estimation du champs vibratoire, l'utilisation de cibles discrètes convient aux structures à grande échelle afin d'éviter de peindre de grandes surfaces et de réduire le temps de calcul. L'utilisation de cibles comme capteurs virtuels est aussi avantageuse dans les cas où le mouvement de la structure peut être reconstruit par la mesure du champ de déplacement en certains points discrets situés le long de la structure [8, 9]. La précision et l'incertitude de mesure est inférieure au pixel [10] et dépend du détecteur de utilisé [11].

Cet article propose de coupler l'analyse vidéo avec le filtrage de Kalman étendu pour l'analyse modale expérimentale d'un système présentant une non linéarité locale. Le document est organisé comme

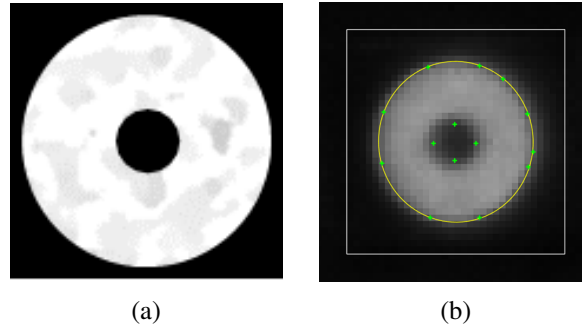


FIGURE 1 – (a) Cibles circulaires collées sur la poutre COST F3. Le diamètre interne et externe est  $\bar{D}_{int} = 1,5$  mm et  $\bar{D}_{ext} = 10,5$  mm. (b) Détection de la cible et extraction des maximally stable external regions (MSER), de points d'intérêt et rectangle entourant la cible [12, 13].

suit. La Section 2 présente le traitement de l'image et la méthode de suivi des cibles utilisées pour les mesures expérimentales. La Section 3 décrit la méthode d'assimilation de données basée sur le filtrage de Kalman étendu, utilisée pour identifier les contributions modales du système non linéaire, et les résultats obtenus. Enfin, les conclusions sont tirées dans la Section 4.

## 2 Analyse vidéo pour la mesure de vibrations

Dans cette étude, les vibrations libres d'une poutre imitant le benchmark COST F3 [14] ont été mesurées par une caméra à moyenne vitesse. Le mouvement de la poutre est extrait grâce au suivi de cibles discrètes collées sur la surface extérieure visible, voir Fig. 1 et Fig. 4. L'extraction des cibles est réalisée à l'aide de l'algorithme MSER en utilisant la toolbox Traitement d'images et Vision par ordinateur de MATLAB. Le résultat pour une cible est illustré dans la Fig. 1(b). La méthode MSER étant bien adaptée aux mesures dynamiques car les cibles peuvent être soumises à des conditions d'éclairage et à une mise au point variables au cours des oscillations. La poutre COST F3 schématisée dans la Figure 2 est connue pour présenter des effets non linéaires, en particulier autour du premier mode, en raison de la présence d'une poutre mince à l'une des extrémités. La poutre principale  $|AB|$  et la poutre mince  $|BC|$  ont des longueurs  $L_{mb} = 700$  mm,  $L_{tb} = 40$  mm, épaisseur  $t_{mb} = 14$  mm et  $t_{tb} = 0.05$  mm, même largeur  $h_b = 14$  mm, module de Young  $E_b = 205$  GPa et densité  $\rho_b = 7800$  kg/m<sup>3</sup>. L'encastrement non idéal est pris en compte par deux ressorts de torsion. La rigidité en rotation aux points A et C est égale à  $k_{c,mb} = 114700$  Nm/rad et  $k_{c,tb} = 40$  Nm/rad, respectivement. Un ressort de torsion supplémentaire de raideur  $k_{mt} = 42.2$  Nm/rad est situé entre la poutre principale et la poutre mince au point B.

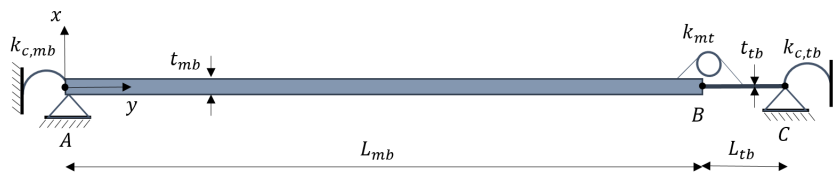


FIGURE 2 – Schéma de la poutre non-linéaire COST F3.

### 2.1 Traitement d'images et suivi des cibles

L'algorithme présenté dans cette étude permet de détecter les cibles dans la séquence vidéo en recherchant les MSER et les coins non pas dans l'ensemble de l'image, mais uniquement à l'intérieur de régions rectangulaires virtuelles placées autour des cibles. Ces rectangles sont tracés sur la première image et leur position est mise à jour à chaque image en fonction du mouvement dans le plan de l'image. Le protocole proposé est facilement adaptable à d'autres installations expérimentales car le traitement d'image nécessaire à l'extraction des cibles et à la suppression des reflets ne sont effectués que sur la première image. Les cibles circulaires (elliptiques dans le plan de l'image) sont ensuite recherchées dans les

régions d'intérêt (ROI) rectangulaires qui se déplacent pendant la séquence. En d'autres termes, un suivi multi-cibles est effectué dans la première image pour initialiser la position des cibles virtuelles, alors que plusieurs suivis de cibles uniques sont effectués au cours de la séquence vidéo. Il convient de noter que cette méthode ne nécessite ni processus d'apprentissage ni modèle physique décrivant le comportement structural. L'algorithme de détection et de suivi des cibles est résumé dans la Fig. 3 et détaillé en [1].

## 2.2 Essai vibratoire d'une poutre faiblement non linéaire

Les mesures vidéo ont été effectuées avec une caméra haute résolution et moyenne vitesse Vieworks VC-12MX-M/C 180. Le matériel et le logiciel HIRIS développés par la société R&D Vision ont été utilisés pour l'acquisition des images. Les images ont été transmises en temps réel à un PC via une liaison CoaXPress (CXP-6). D'autres détails sur l'équipement et les réglages sont donnés dans le Tableau 1. Les vibrations de la poutre ont été enregistrées pour une durée de 8 secondes après un choc donné dans la direction  $x$  sur la poutre principal à environ 15 cm du point A. L'essai nécessite 15,2 Go de mémoire pour le stockage de toutes les images au format BMP.

La poutre a été fixée aux extrémités à deux blocs rigides sur une table optique, comme le montre la

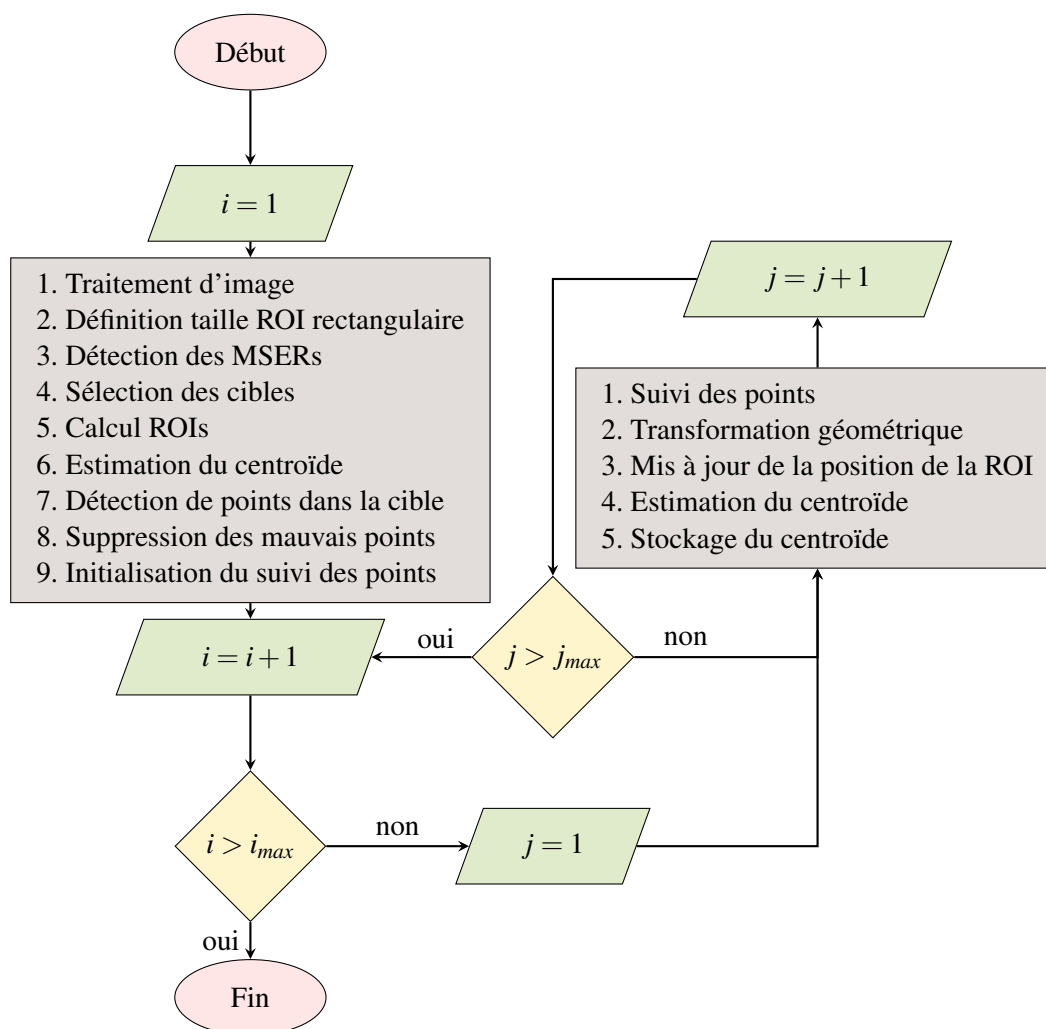


FIGURE 3 – Diagramme de flux pour la détection et le suivi de cibles dans une séquence vidéo. Les cibles sont extraites à partir d'une version binaire de la première image à l'aide d'un détecteur MSER. Chaque cible est décrite par une ellipse et un rectangle l'entourant. Ensuite, certains points sont détectés à l'intérieur de chaque ellipse. Pour chaque image, ces points sont suivis et la position du rectangle est mise à jour en appliquant une transformation géométrique estimée en faisant correspondre des paires de points dans l'image  $i$  et  $i + 1$ . En sortie on obtient les coordonnées du centroïde de chaque rectangle pour toutes les images.  $i_{max}$  correspond à la dernière image de la séquence vidéo et  $j_{max}$  au nombre maximum de cibles détectées.

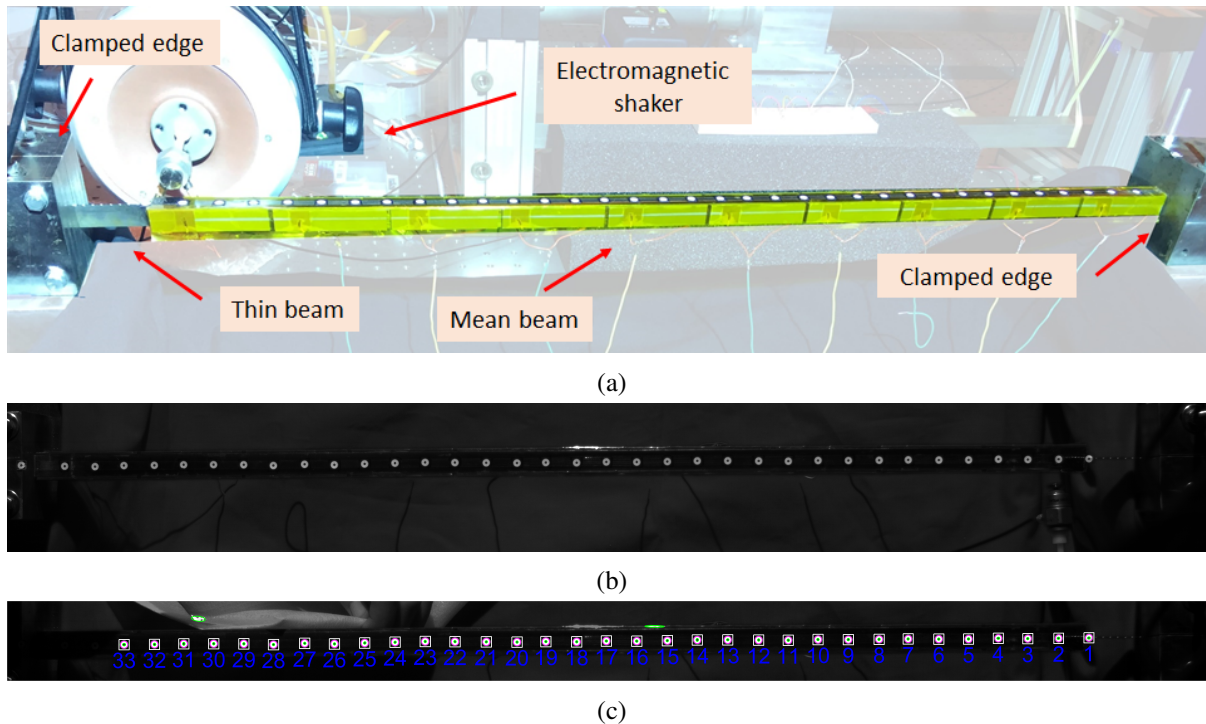


FIGURE 4 – (a) Montage expérimental de la poutre COST F3 [14], (b) image (4096 x 500 pixels) de la poutre prise par une caméra Vieworks VC-12MX-M/C 180 et (c) cibles détectées, étiquettes et ROI rectangulaires.

Paramètre	Valeur
Caméra	Vieworks VC 12MX-M 180
Optique	Samyang 35 mm F1.4 AS UMC
Éclairage	DESISTI Rembrandt Piccolo 1200W MK2
Résolution de l'image	4096 x 500 pixels
Champ visuel	742.0 x 90.6 mm
Échelle de l'image	5.52 px/mm
Temps d'ouverture	700 $\mu$ s
Fréquence d'acquisition	1000 fps

TABLE 1 – Équipements et propriétés des images.

Figure 4(a). La caméra filmait la poutre depuis le haut et le trépied était placé sur la table. La Figure 4(b) présente une image prise par la caméra. Afin de réduire la distorsion optique, la zone d'intérêt contenant la poutre a été centrée par rapport au capteur d'images. La distance entre la caméra et la structure conduit à une résolution proche de 5.52 px/mm. Comme le montre la Figure 4(c), sur les 36 cibles collées, 33 ont été détectées et suivies pendant la séquence vidéo. Cela est dû aux mauvaises conditions de luminosité sur le côté gauche de l'image. La Figure met également en évidence la présence de certaines régions (en vert) détectées par l'algorithme MSER dans la première image qui ne correspondent pas à une cible. Grâce à l'algorithme développé et détaillé dans la Figure 3, ces régions ne sont pas suivies dans les images suivantes. La Figure 5 montre l'évolution temporelle d'un centroïde extrait en correspondance d'une cible.

Dans cette étude, le suivi des cibles n'a pas été réalisé en temps réel, de même que la procédure d'identification basée sur le filtre de Kalman étendu. En effet, pour l'analyse vidéo, le temps de calcul est égal à environ 0.3 s par image en utilisant un PC avec Intel(R) Xeon(R) CPU E5-1607 v4 @ 3.10GHz 3.10 GHz et 32.0 Go de RAM. Par conséquent, pour cette étude, une mise en œuvre en temps réel de la procédure d'identification ne serait pas possible, le film étant enregistré à 1000 fps. La durée du traitement de l'image est liée au processeur, à la performance du code et surtout à l'algorithme de suivi des points caractéristiques utilisé. En outre, la résolution de l'image et le nombre de cibles collées ont un

impact important. D'autres études peuvent être menées pour accélérer l'algorithme de suivi vidéo, mais elles sortent du cadre de cette étude. Il convient également de noter que plusieurs erreurs peuvent résulter de l'analyse vidéo en raison, par exemple, d'une mauvaise résolution de l'image et d'une forte distorsion optique dues à l'objectif. En outre, la détection des cibles peut être moins précise sur des zones floues et dans des conditions d'éclairage inappropriées. La technique du filtrage de Kalman qui sera présentée dans la Section suivante permet de surmonter ce problème puisque toutes les imprécisions et incertitudes résultant de l'analyse vidéo sont prises en compte dans le bruit d'observation. Veuillez noter que les patchs piézoélectriques collés à la poutre (en jaune dans la Figure 4(a)) et le pot vibrant ne sont pas d'intérêt dans cette campagne expérimentale.

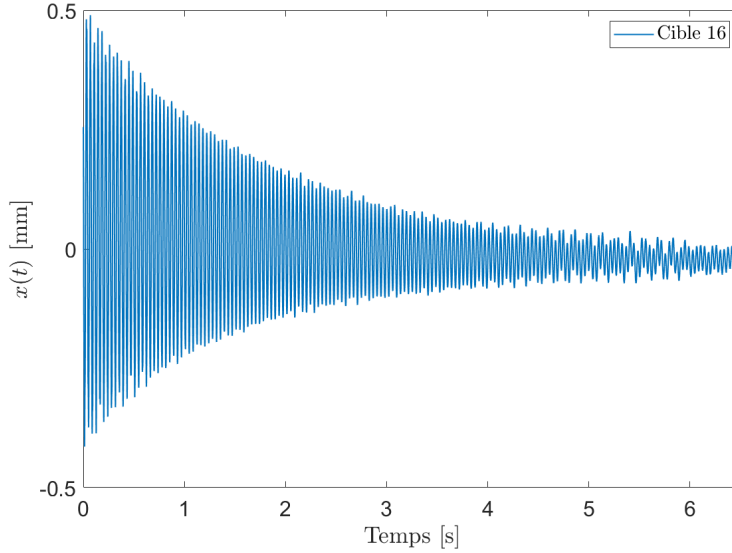


FIGURE 5 – Déplacement d'une cible obtenu par analyse vidéo.

### 3 Filtre de Kalman étendu pour l'identification modale

Pour identifier les contributions modales à l'instant  $t_n$ , nous considérons que chaque mode propre  $k \in [1 \dots M]$  a 3 composantes dans le vecteur d'état : sa partie réelle et observable  $x_{1+3(k-1),n}$ , sa partie imaginaire  $x_{2+3(k-1),n}$ , qui peut être considérée comme la transformée de Hilbert de  $x_{1+3(k-1),n}$ , et sa variation de phase sur un pas de temps  $x_{3+3(k-1),n}$  qui conduit à sa fréquence propre instantanée (normalisée). Le vecteur d'état est construit comme suit :

$$X_n^T = ( x_{1,n} \quad x_{2,n} \quad x_{3,n} \quad \dots \quad x_{1+3(M-1),n} \quad x_{2+3(M-1),n} \quad x_{3+3(M-1),n} ) \quad (1)$$

Dans le cas des systèmes non linéaires, les équations d'état et d'observation sont respectivement définies comme suit :

$$\begin{cases} X_{n+1} &= F_n(X_n) + W_n \\ Z_n &= H X_n + V_n \end{cases} \quad (2)$$

avec  $W_n$  le bruit d'état et  $V_n$  le bruit d'observation. L'ensemble spécifique d'équations utilisé pour le filtre de Kalman étendu (EKF) est détaillé dans [15]. Comme proposé dans la thèse de A. Goeller [16], la matrice d'observation  $H$  est composée des bases modales  $\Phi = [\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_M]$  :

$$H = [\phi_1, 0, 0, \phi_2, 0, 0, \dots, \phi_M, 0, 0] \quad (3)$$

En d'autres termes, seuls les signaux réels sont observés par les capteurs, et chaque capteur est capable de voir la contribution locale de chaque variable d'état. La matrice d'observation  $H$  est invariante dans le temps. Ce choix est directement lié à l'hypothèse d'une faible non linéarité, c'est-à-dire que les taux d'amortissement et les fréquences naturelles dépendent de l'amplitude du déplacement, mais

les formes modales sont supposées être des vecteurs invariants. L'invariance des formes modales est une hypothèse qui permet une grande stabilité de l'algorithme, basée sur une quantité d'observations supérieure au nombre de variables d'état réputées indépendantes. C'est aussi une hypothèse assez largement observée sur la majorité des systèmes en dynamiques des structures pour lesquels les non linéarités impactent principalement les valeurs propres (fréquences propres et amortissements). La matrice d'observation Eq. (3) est remplie par les vecteurs propres estimés à l'aide d'un modèle d'éléments finis de la poutre linéaire formulé selon l'hypothèse d'Euler-Bernoulli. La poutre principale et la poutre mince ont été discrétisées en éléments finis d'Hermite avec deux degrés de liberté par nœud, le déplacement transversal  $w_x$  dans la direction  $x$  et la rotation  $\theta_z$  autour de l'axe  $z$  (voir Figure 2).

La matrice de transition (état)  $F_n$  dépend des fréquences instantanées et son évolution peut être estimée au premier ordre par sa jacobienne :

$$\tilde{F}_{n|n} = \left( \nabla_X (F(X)X)^T \right)^T \Big|_{X=\hat{X}_{n|n}} \quad (4)$$

Cette matrice jacobienne a la structure suivante :

$$\tilde{F}_n = \begin{bmatrix} \ddots & 0 & 0 \\ 0 & \tilde{F}_{n,k} & 0 \\ 0 & 0 & \ddots \end{bmatrix} \quad (5)$$

le bloc élémentaire étant défini comme suit :

$$\tilde{F}_{n,k} = \begin{bmatrix} c_{n,k} & -s_{n,k} & -a_{r,n,k}s_{n,k} - a_{i,n,k}c_{n,k} \\ s_{n,k} & c_{n,k} & a_{r,n,k}c_{n,k} - a_{i,n,k}s_{n,k} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

avec  $\begin{cases} a_{r,n,k} = \hat{x}_{1+3(k-1),n} \\ a_{i,n,k} = \hat{x}_{2+3(k-1),n} \\ c_{n,k} = \cos(\hat{x}_{3+3(k-1),n}) \\ s_{n,k} = \sin(\hat{x}_{3+3(k-1),n}) \end{cases}$

La matrice d'état  $F_n$  décrit la réponse temporelle et la matrice d'observation  $H$  la cinématique (modale). Cette décomposition permet d'extraire de faibles niveaux de vibrations avec un faible rapport signal/bruit. Cette méthode, appelée Kinematic-SAMI [17], a été appliquée avec succès à une poutre encastree-libre linéaire. Les résultats obtenus pour l'identification de la poutre COST F3 sont présentés dans la Section 3.1.

### 3.1 Analyse des mesures de vibrations

Cette Section décrit le processus d'identification réalisé avec un filtre de Kalman étendu à partir des données expérimentales obtenues par l'analyse vidéo. Les 3 premiers modes ont été étudiés. Malgré la lourdeur de la table optique, la caméra reliée à la table par un trépied a légèrement bougé lorsque le choc s'est produit. Afin de supprimer le mouvement de la caméra dans l'analyse, un mode de corps rigide a été ajouté à la base modale.

La Figure 6(a) représente l'évolution temporelle des fréquences naturelles de la poutre et les formes modales (linéaires) associées à chaque fréquence. Comme étudié dans des travaux antérieurs [14, 18], le premier mode de flexion est le plus non linéaire, avec une fréquence propre à 26 Hz pour les petites amplitudes de vibration et à 32 Hz pour les grandes amplitudes de vibration. Le deuxième mode de flexion se comporte de manière opposée, avec une fréquence propre proche de 147 Hz pour les petites amplitudes et de 142 Hz pour les grandes amplitudes. L'effet assouplissant du deuxième mode est probablement dû aux conditions aux limites. Le troisième mode se comporte de manière linéaire. Le mouvement du corps rigide est associé à une fréquence propre inférieure à 10 Hz.

Les amplitudes modales correspondantes sont représentées dans la Figure 6(b). L'amplitude du mode de corps rigide est proche de l'amplitude du premier mode de flexion ( $\sim 1$  mm) et beaucoup plus grande que les deuxième ( $\sim 0.1$  mm) et troisième (0.1 mm) modes de flexion. L'incertitude de mesure est quantifiée pour chaque mode naturel dans la Figure 7, qui souligne que la cinématique de chaque mode

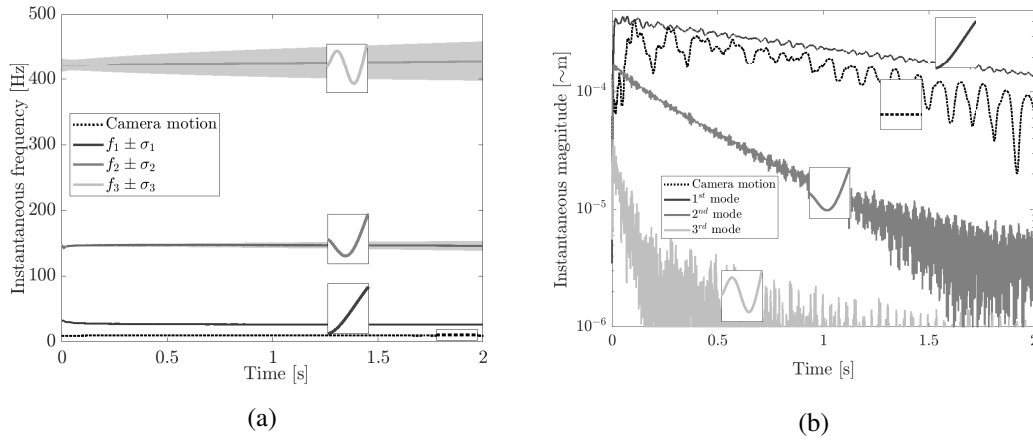


FIGURE 6 – Évolution temporelle des (a) fréquences naturelles et (b) des amplitudes modales pour les 3 premiers modes de flexion de la poutre (et le mouvement du corps rigide de la caméra) [1].

naturel est connue avec une précision (écart-type) proche de 0.01 pixel ( $\sim 2$  micromètres). L'écart-type est quantifié pour chaque variable avec le processus de Kalman en supposant que les incertitudes suivent une loi de probabilité gaussienne. Ces incertitudes concernent l'ensemble du processus numérique mais n'incluent pas le biais optique intrinsèque.

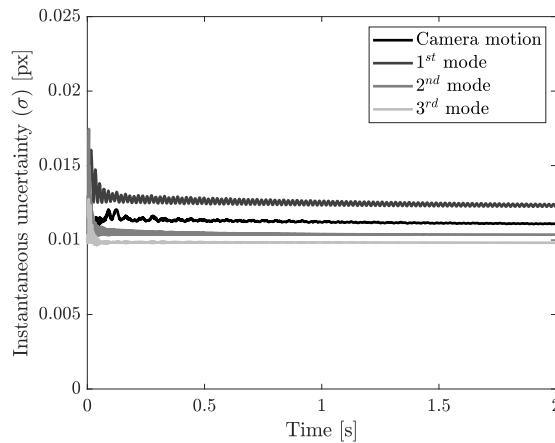


FIGURE 7 – Les mesures d'incertitude sont quantifiées pour chaque mode naturel [1].

## 4 Conclusion

L'identification des contributions modales d'une poutre non linéaire par couplage de l'analyse vidéo et d'une méthode d'assimilation de données a été réalisée sur une poutre expérimentale présentant une non linéarité géométrique. Les mesures cinématiques sont obtenues à l'aide d'une caméra à haute résolution et à vitesse moyenne, et des techniques avancées sont utilisées pour la détection et le suivi des cibles au cours du temps. L'identification des contributions modales (formes invariantes et valeurs propres variables) est réalisée par un filtre de Kalman avec une formulation basée sur la transformée de Hilbert et la base modale du système. L'incertitude résultante de l'analyse vidéo est estimée par le bruit d'observation. Cette technique métrologique associée au filtrage de Kalman conduit à une incertitude de l'ordre de 1/100ème de pixel pour l'identification des amplitudes modales.

La technique de mesure sans contact choisie et le processus de suivi modal se sont révélés efficaces pour les modes faiblement non linéaires. Ces modes sont classiquement observés sur la plupart des systèmes industriels. Une campagne expérimentale sur un système fortement non linéaire est prévue.

Cette approche se prête aux applications de surveillance de la santé des structures puisque l'EKF ne nécessite pas la connaissance de l'historique complet de la réponse pour effectuer l'identification, mais

seulement la connaissance de l'état du système et de l'incertitude à l'instant précédent. L'avantage de coupler cette technique d'identification avec l'analyse vidéo est que le vecteur d'état peut être rempli avec des données expérimentales résultant du mouvement des capteurs virtuels. Contrairement aux capteurs traditionnels tels que les accéléromètres, les cibles n'affectent pas la dynamique de la structure et peuvent être employées en grand nombre.

## Références

- [1] S. Lo Feudo, J.-L. Dion, F. Renaud, G. Kerschen, and J.-P. Noël. Video analysis of nonlinear systems with extended Kalman filtering for modal identification. *Nonlinear Dyn.*, (111) :13263–13277, 2023.
  - [2] F. Renaud, S. Lo Feudo, J.-L. Dion, and A. Goeller. 3D vibrations reconstruction with only one camera. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 162 :108032, 2022.
  - [3] C. Rinaldi, J. Ciambella, and V. Gattulli. Image-based operational modal analysis and damage detection validated in an instrumented small-scale steel frame structure. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 168 :108640, 2022.
  - [4] J. Baqersad, P. Poozesh, C. Niezrecki, and P. Avitabile. Photogrammetry and optical methods in structural dynamics – a review. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 86 :17–34, 2017.
  - [5] T.J. Bebernis and D. A. Ehrhardt. High-speed 3D digital image correlation vibration measurement : Recent advancements and noted limitations. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 86(B) :35–48, 2016.
  - [6] Jaka Javh, Janko Slavič, and Miha Boltežar. Experimental modal analysis on full-field dslr camera footage using spectral optical flow imaging. *Journal of Sound and Vibration*, 434 :213–220, 2018.
  - [7] J. G. Chen, N. Wadhwa, Y.-J. Cha, F. Durand, W. T. Freeman, and O. Buyukozturk. Modal identification of simple structures with high-speed video using motion magnification. *Journal of Sound and Vibration*, 345 :58–71, 2015.
  - [8] J.-W. Park and J.-J. Lee et al. Vision-based displacement measurement method for high-rise building structures using partitioning approach. *NDT & E International*, 43(7) :642–647, 2010.
  - [9] M. Romaszko, B. Sapiński, and A. Sioma. Forced vibrations analysis of a cantilever beam using the vision method. *Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, page 243, 2015.
  - [10] D. Mas and J. Espinosa et al. Measurement of wide frequency range structural microvibrations with a pocket digital camera and sub-pixel techniques. *Appl. Opt.*, 51(14) :2664, May 2012.
  - [11] K. Mikolajczyk and C. Schmid. A performance evaluation of local descriptors. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 27(10) :1615–1630, 2005.
  - [12] J. Matas, O. Chum, M. Urban, and T. Pajdla. Robust wide-baseline stereo from maximally stable extremal regions. *Image and Vision Computing*, 22(10) :761–767, 2004. British Machine Vision Computing 2002.
  - [13] J. Shi and C. Tomasi. Good features to track. *IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, pages 593–600, 1994.
  - [14] J.-C. Golinval and P. Argoul. COST ACTION F3 "structural dynamics" 1997-2001 presentation and some preliminary results. *Structural Control for Civil and Infrastructure Engineering*, pages 263–280, 2001.
  - [15] J.-L. Dion and C. Stephan et al. Tracking and removing modulated sinusoidal components : A solution based on the kurtosis and the extended Kalman filter. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 38(2) :428–439, 2013.
  - [16] A. Goeller. *Modèles réduits dynamiques pour la synthèse de séquences vidéo - Application à la compression de données, la réalité augmentée et la prédiction*. PhD thesis, Univ. Paris Saclay SMEMAG, 2018.
  - [17] A. Goeller and J.-L. Dion et al. Kinematic SAMI : a new real-time multi-sensor data assimilation strategy for nonlinear modal identification. *Mechanics & Industry*, 21(4) :413, 2020.
  - [18] M. Peeters, G. Kerschen, and J. C. Golinval. Modal testing of nonlinear vibrating structures based on nonlinear normal modes : Experimental demonstration. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 25(4) :1227–1247, 2011.
-