

# Méthode d'hybridation physique/IA en mécanique du contact par une approche zonale: application au roulage 3D d'un pneu

D. Danan<sup>1</sup>, R. Meunier<sup>2</sup>

<sup>1</sup> IRT SystemX, david.danan@irt-systemx.fr

<sup>2</sup> Michelin, raphael.meunier@michelin.com

**Résumé** — Les approches classiques pour la résolution d'EDP ont largement fait leur preuve en terme de précision, de robustesse et du fait de la richesse de la théorie mathématique sur laquelle elles sont basées. Néanmoins, elles sont également connues pour leur coût de calcul. Des méthodes purement basées sur des données ne donnant pas les résultats escomptés, nous considérons une hybridation via apprentissage. L'idée consiste à combiner la simulation éléments finis classique avec une approche dite "zonale", appliquée à un cas industriel proposé par Michelin : le roulage d'un pneu.

**Mots clés** — hybridation, élément fini, mécanique du contact, réduction de modèle, approche zonale

## 1 Contexte

### 1.1 Cas d'usage industriel

Du point de vue de la mécanique des structures, le problème du roulage d'un pneu (vue en coupe à la Figure 1) est fortement non linéaire pour les raisons suivantes :

- **Matériaux** : dues aux lois de comportement du solide
- **Géométriques** : par le biais de considérations en grand déplacement
- **Conditions aux limites** : dues à la présence de contact frottant et de forces suivies

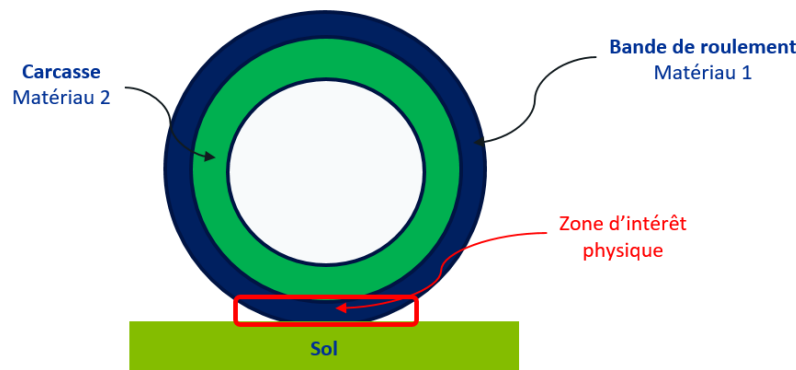


FIGURE 1 – Schéma en coupe d'un pneu simplifié

Afin de concevoir ses produits et pour adresser de manière adéquate une telle complexité, Michelin s'appuie particulièrement sur les outils de simulations numériques. Se dégage principalement 3 approches de modélisation :

- **En 3D via des solveurs de mécanique numérique** : bonne précision mais requiert un temps de calcul conséquent
- **Fonctionnelle basée sur des modèles 1D/0D** : simulations rapides mais au prix de la précision
- **Par apprentissage "pur"** : simulations rapides mais nécessite un grand nombre de données pour être pertinentes dans un cadre plus général.

Au vu des avantages et inconvénients de ces différentes méthodes, l'objectif est de développer une méthode profitant du meilleur des deux mondes, permettant de coupler une approche de modélisation 3D éprouvée, typiquement via un solveur éléments finis, avec une approche par apprentissage sur un pro-

blème de roulage de pneu. En procédant ainsi, l'ambition est de trouver un compromis intéressant entre la précision offerte par la modélisation 3D et la vitesse de calcul inhérente aux méthodes d'apprentissage.

Du point de vue applicatif, parvenir à trouver un compromis acceptable permettrait de démocratiser l'utilisation du roulage 3D chez Michelin en facilitant le travail des concepteurs et analystes. A l'heure actuelle, pour un cas réaliste, le temps de calcul reste prohibitif pour la prise de décision en ayant recours uniquement à des méthodes classiques. Compte tenu du nombre d'informations utiles fournies par un cas de roulage complet, cela s'avèrerait pourtant particulièrement utile pour les constructeurs.

Au delà de l'obtention de résultats satisfaisants sur quelques géométries, nous cherchons à mettre en œuvre une méthode numérique suffisamment générique dans ses grandes lignes pour être intégrée dans le solveur interne de Michelin. De ce fait, l'approche choisie se doit de respecter un certain nombre de contraintes :

- **Absence de données préalable** : la méthode ne repose pas sur l'assemblage d'une (grande) base de simulations existantes.
- **Accélération d'une seule simulation de roulage** : Suppose un temps d'entraînement faible, entraînement si possible encapsulé dans la méthode elle-même.
- **Physique agnostique** : Pas d'utilisation explicite de la loi de comportement du matériau, qui impliquerait une évolution/réimplémentation de la méthode en cas de changement de loi.
- **Géométrie agnostique** : Utilisable sur n'importe quel type de pneu (voiture, camion etc...)
- **Solveur agnostique** : Relativement peu intrusif avec le solveur physique pour en faciliter la portabilité.

Nos contributions portent sur la mise au point d'une telle méthode et la démonstration de la pertinence d'une telle approche sur un cas industriel représentatif.

## 1.2 État de l'art et originalité du travail

La littérature sur l'hybridation entre la physique et les méthodes d'apprentissages est particulièrement riche. L'objet de ce qui va suivre est de présenter l'existant ainsi que les limites au regard de nos contraintes.

La démarche classique proposée dans la littérature consiste à générer un grand nombre de données de simulations via un solveur basé sur des méthodes classiques (éléments finis, volume finis...), d'entraîner un modèle et de faire une évaluation du modèle sur des données qui n'ont pas été vu durant l'entraînement. L'évaluation est enfin comparée à une référence [1, 2]. Il existe de nombreux types de modèles mais il s'avère que l'obtention de résultats satisfaisants est souvent assujéti à la quantité de données à disposition et que la généralisabilité reste un défi majeur, de l'aveu des auteurs. Par ailleurs, même en omettant la capacité du modèle à généraliser correctement, il n'est pas raisonnable de générer une base de données de calcul roulage pour ensuite entraîner un tel modèle et enfin faire une inférence. Du point de vue du concepteur de pneu, ces deux premiers temps seraient encore plus prohibitifs que le calcul du roulage par des méthodes classiques et ne présente donc pas d'intérêt dans la mesure où la réduction du temps de calcul est l'objet de ce travail. Enfin, bien que les données issues de simulations respectent certaines propriétés inhérentes aux phénomènes physiques modélisés, la question de savoir si de tels modèles rémoigne de cette même capacité reste sujette à caution.

En considérant des aspects liés à la réduction de modèle, plus en phase avec une quantité de données relativement réduite, la "Proper Orthogonal Decomposition" (POD) [3] reste l'une des méthode les plus populaire pour construire une base réduite pour les problèmes non linéaires. En mécanique des structure, y compris en mécanique du contact, on retrouve de nombreux travaux sur le sujet [4, 5, 6]. Dans de telles méthodes, les équations physiques sont projetées et résolues dans un espace réduit, soit une bonne chose au regard de critères physiques d'intérêt. Néanmoins, ces approches sont soit très intrusives, soit spécifique à une loi de comportement et ne correspondent de ce fait pas à nos besoins d'agnosticité au regard du solveur et de la physique.

De telles contraintes ont conduit à investiguer le potentiel d'un couplage entre les éléments finis et des méthodes de réduction de modèle, complétées par une décomposition de domaine spécifique au problème. Notons à ce stade que ce choix de décomposition est arbitraire et ne reste de ce fait qu'un a

priori dont le choix est laissé à l'utilisateur.

Partant de ce principe, il y a deux possibilités : un couplage faible entre un modèle réduit et un modèle physique ou un couplage fort avec un boucle de rétroaction du modèle physique sur le modèle réduit. Dans les deux cas, les modèles réduit et physique sont associés à des zones, respectivement "basse-fidélité" et "haute-fidélité", comme illustré dans la figure 2.

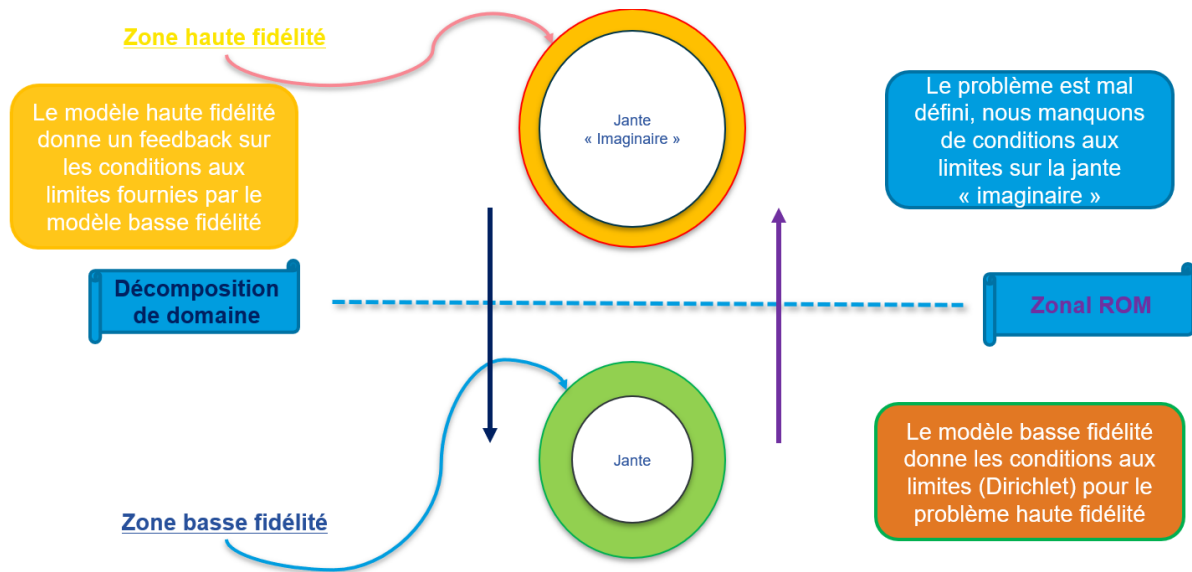


FIGURE 2 – schémas de principe du couplage éléments finis/apprentissage proposé pour simuler un roulage 3D par décomposition en bande de roulement/carcasse. La zonal ROM est un couplage faible dans lequel le solveur haute fidélité reçoit une condition aux limites de la part du solveur basse fidélité. La décomposition de domaine est un couplage itératif, avec boucle de rétroaction, entre les deux solveurs.

La première idée est inspirée des travaux de [7] dans le cadre de la simulation d'écoulements incompressibles instationnaires et stationnaires dans le domaine de l'aérodynamique externe, qui semblent s'inscrire dans cette même démarche. La seconde est une combinaison de la première avec les travaux proposés dans [8], dans laquelle deux solveurs physiques classiques communiquent de manière non-intrusive de manière à respecter une condition d'équilibre entre les deux zones.

Nous avons d'abord mis en œuvre chacune des deux idées avec de premiers résultats intéressants, que nous ne manquerons pas de mettre en avant, mais qui ne donnaient pas pleinement satisfaction au regard de nos contraintes. En effet, pour la première idée, il reste malgré tout nécessaire d'effectuer un cycle de roue complet sur le domaine entier afin que le modèle réduit apprenne l'ensemble des phénomènes au cours d'un cycle. Concernant la seconde, les résultats sont plus précis que pour la première approche mais le temps de calcul était supérieur au calcul éléments finis seul, rendant la méthode inutile dans le cas qui nous occupe.

Partant de la première idée et en exploitant correctement le caractère répétitif des motifs de la géométrie du pneu, il paraissait possible de se limiter à quelques pas de temps de roulage sur le domaine entier pour l'entraînement. L'originalité du travail réside dans la manière de procéder pour parvenir à cela, tout en respectant l'ensemble des contraintes définies et sur un cas industriel. Nous nous attacherons à mettre en avant la méthodologie, le compromis temps de calcul/précision et à proposer une comparaison à plusieurs niveaux (erreur en déplacement/contraintes, respect de la physique, temps) avec d'autres approches pour en montrer la valeur ajoutée et l'intérêt par rapport à l'existant.

## 2 Description du problème physique

On considère le roulage en ligne droite idéalisé d'un pneu 3D simplifié sur un sol plan indéformable et à vitesse constante. Soient  $\Omega$ , le domaine borné de la roue (de dimension 2 ou 3), et  $\Gamma$ , sa frontière partitionnée en  $\Gamma_1, \Gamma_2, \Gamma_3$ .

Nous considérons le contact frottant quasi-statique d'un corps hyperélastique contre un obstacle plan parfaitement rigide. Ce corps est soumis à l'action d'une densité de force volumique  $f_0$  et une force de

traction surfacique de densité  $f_2$  agissant sur  $\Gamma_2$ . Nous désignons par  $t \in [0, T]$ , à savoir l'intervalle de temps d'intérêt, et par  $x \in \Omega \cup \Gamma$  la variable d'espace.

La frontière  $\Gamma_1$  est soumise à un déplacement imposé  $u_d$ , un déplacement imposé nul signifiant qu'elle est fixée, et que le contact a potentiellement lieu sur la frontière avec la fondation  $\Gamma_3$ . Les conditions de contact frottant sont basées sur la combinaison des conditions de contact unilatéral et d'une loi de Coulomb sur  $\Gamma_3$ .

A cela s'ajoute la condition de roulage, imposée de manière non standard sur la jante. Il est possible de la voir comme une condition de Dirichlet évolutive appliquée à chaque pas de temps décrite par

$$u_d(x, t) = [Vt; -d] + R(\omega t)x - x \quad \text{sur } \Gamma_1 \times (0, T)$$

avec

- $V$ , la vitesse horizontale par rapport au sol
- $\omega$ , la vitesse angulaire
- $t$ , l'instant d'intérêt
- $d$ , le déplacement vertical
- $R$ , la matrice de rotation en 3D

Afin d'évaluer le déplacement et les contraintes de contact frottant à chaque instant nous avons recours au solveur éléments finis Getfem++ [9]. Ce solveur est également utilisé pour le calcul de critères physiques pertinents dans le contexte qui nous occupe. En effet, même si le solveur hybride est en mesure de prédire une solution quantitativement acceptable, il convient également de regarder des critères issus du post-traitement de ces solutions pour éprouver la robustesse du solveur et sa fiabilité au regard de considérations physiques. De telles considérations sont capitales pour susciter la confiance des utilisateurs.

## 3 Problématique d'hybridation

### 3.1 Méthodologie

L'idée consiste à avoir recours au solveur physique pour calculer la solution sur une partie du domaine sensible, à savoir la bande de roulement, et d'utiliser une approche basée sur de l'apprentissage ailleurs. On s'attend à une réduction conséquente du temps de calcul, dans la mesure où la méthode d'apprentissage n'aurait besoin explicitement ni de loi de comportement, ni de notion de maillage.

Les ingrédients principaux de l'approche hybride sont donc

- Un solveur éléments finis capable de générer des solutions dites haute-fidélité, soit celui dont nous disposons déjà.
- Un modèle d'apprentissage capable de prédire la solution dans la région hors de l'intérêt physique
- Un couplage entre le solveur éléments finis et le modèle d'apprentissage pour obtenir une solution hybride

Soient  $M_{HF}$ ,  $M_{LF}$ ,  $M_{Full}$  les 3 maillages, respectivement, pour la zone haute-fidélité, basse-fidélité et complet.

#### 3.1.1 Approche zonale "classique"

La procédure se déroule comme suit

- **Préparation du calcul** : Séparation du maillage en 2 zones.
- **Génération des données** : Lancement d'une instance du solveur sur  $M_{Full}$  pour un cycle de roue.
- **Entraînement** : Entraîner le modèle réduit sur  $M_{Full}$  sur un cycle de roue
- **Prédiction** : Préparer une instance du solveur dont le support est  $M_{HF}$  au lieu de  $M_{Full}$  et sans la condition de roulage. Puis, à chaque pas de temps
  1. Prédire le déplacement  $u_{ROM}$  avec le modèle réduit sur  $M_{Full}$
  2. Extraire le déplacement à l'interface commune entre  $M_{HF}$  et  $M_{LF}$
  3. Utiliser le déplacement extrait comment condition de Dirichlet sur le problème physique réduit  $M_{HF}$ .
  4. Résoudre le problème réduit et obtenir le déplacement  $u_{HF}$ , défini sur  $M_{HF}$ , et le multiplicateur de contact  $\lambda_{HF}$ .

5. Recombinaison sur  $M_{Full}$  : Combiner les champs  $u_{ROM}$  et  $u_{HF}$  (les résultats de  $u_{ROM}$  sont substitués par  $u_{HF}$  sur la zone haute fidélité), récupérer  $\lambda_{HF}$ .

Notons que rien n'oblige à utiliser une réduction de modèle pour la partie basse fidélité, une autre méthode d'apprentissage peut lui être substituée sans rien changer à la procédure générale que nous venons de décrire.

### 3.1.2 Approche "zonale rapide"

Nous avons ensuite cherché à exploiter plus avant le caractère répétitif des motifs de la géométrie du pneu. Contrairement au cas précédent, la méthode ne requiert pas de lancer le solveur préalablement sauf à des fins de comparaison.

Dans une telle optique quelques pas de la simulation du roulage, soit une fraction d'un cycle de roue complet, sont effectuées par le solveur éléments finis classique en guise d'entraînement "online". Cela permet ainsi au modèle hybride d'assimiler le comportement du pneu. Ensuite le-dit modèle entre en jeu afin d'effectuer des prédictions combinant un calcul physique sur la zone haute fidélité et la méthode sur la zone basse fidélité, en un temps de calcul moindre pour plusieurs tours complets de roue.

Plus en détails

- **Préparation du calcul** : Séparation du maillage en 2 zones.
- **Entraînement** : Lancement d'une instance du solveur sur  $M_{Full}$  sur un nombre de pas de temps  $n_{train}$ .
- **Initialisation** : Soit  $dt$  l'incrément de temps, la simulation hybride commence à l'instant  $(n_{train} + 1) * dt$ . Les champs de déplacement et de multiplicateur de contact sur  $M_{HF}$  sont initialisés avec les valeurs obtenues à l'itération précédente pour  $M_{Full}$ .
- **Simulation** : A chaque pas de temps à partir de  $n_t = n_{train} + 1$  :
  1. Utilisation des déplacements des  $n_{train}$  premiers pas de temps pour prédire le déplacement transporté à l'instant  $n_t$ .
  2. Identique aux sous-étapes 2 à 5 de la section précédente pour l'étape de prédiction.

### 3.1.3 Démarche de benchmark

Ces approches et leur variantes ont été testé sur des cas simplifiés mais également sur des pneus plus réalistes, fournis par Michelin, en figure 3. Afin de tester la pertinence de nos approches, nous avons non seulement recours à des critères numériques classiques (MAE, MSE, MAPE...) pour évaluer la différence entre la solution de référence et la solution prédite mais également des critères de nature physique à chaque pas de la simulation. Dans le deuxième cas, l'objectif est de s'assurer que le modèle respecte la physique du cas traité alors même qu'il n'a pas nécessairement été entraîné spécifiquement dans ce but. A cet égard, le fait d'avoir recours à un solveur physique pour la partie liée à la zone de contact devrait permettre a priori d'avoir des résultats plus pertinents au regard des critères physique qu'une approche pure données.

Nous considérons les critères suivants à chaque pas de la simulation du roulage 3D :

- La violation maximale de la condition de non pénétrabilité
- la violation de la loi de coulomb
- L'aire de contact déformée
- La résultante des forces de contact

## 4 Résultats

Sur les cas traités il en ressort que les approches zonales, et la zonale rapide en particulier, produisent des résultats qualitativement et quantitativement acceptables en terme d'erreur et de respect de la physique tout en divisant par deux le temps de calcul.

Ce phénomène se retrouve également pour des géométries réalistes fournie par Michelin, telle que celle de la Figure 3.

Pour aller plus loin, une étude a été réalisé pour comprendre l'impact du choix des paramètres de la méthode sur les résultats. Ils sont les suivants :

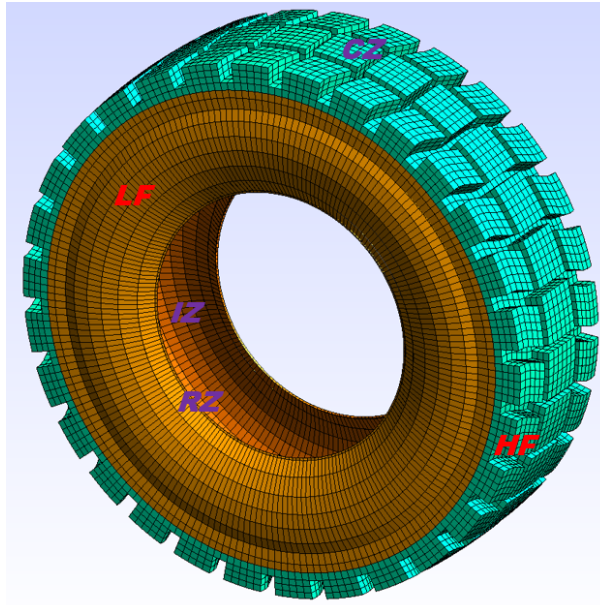


FIGURE 3 – Maillage de pneu réaliste, HF (zone haute-fidélité), LF (zone basse fidélité), RZ (zone d’application du roulage), IZ (zone d’application du gonflage), CZ (zone d’application du contact)

- **Le rayon de la zone basse-fidélité** : plus il est important, plus le calcul est rapide mais la précision pourrait être dégradé en conséquence.
- **Le nombre de pas d’apprentissage du roulage** : son augmentation va de pair avec celle du temps de calcul, sa valeur peut être calibrée en fonction de la géométrie de la roue. Intuitivement, cela correspond à la taille d’un motif et au nombre de pas de temps requis pour le parcourir dans le calcul complet.

Si le nombre de pas d’apprentissage du roulage n’est donc pas difficile à calibrer a priori, il n’en va pas de même pour le rayon de la zone basse-fidélité d’où l’intérêt de faire un analyse en ce sens. Les résultats de cette analyse figurent dans 4.

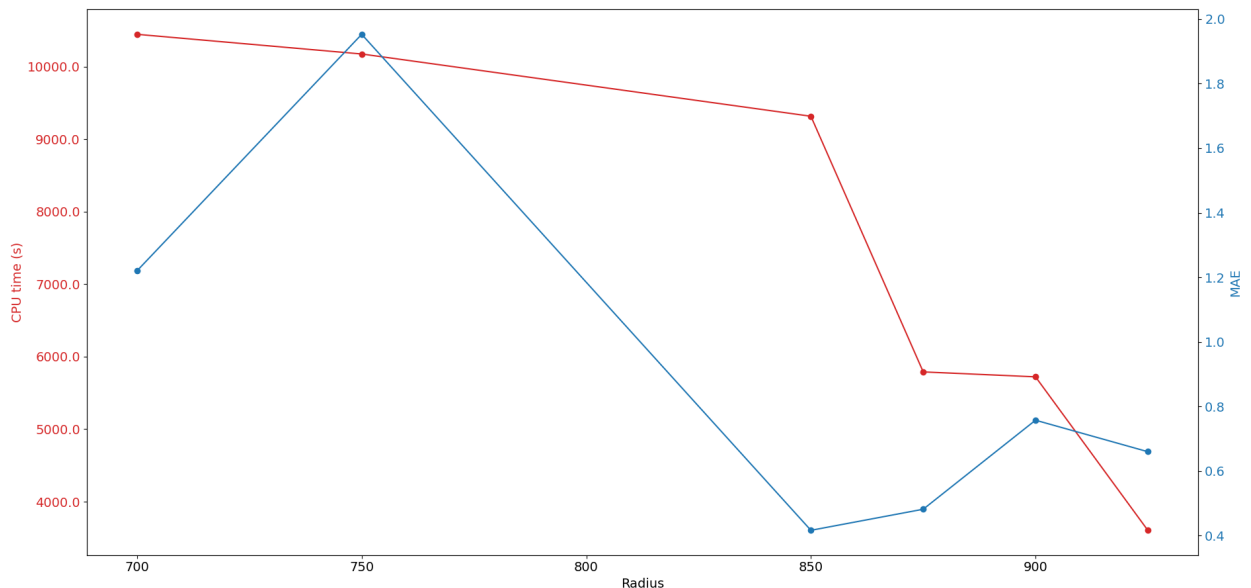


FIGURE 4 – Evolution de l’erreur globale en déplacement (MAE, bleu) et du temps de calcul (rouge) en fonction du rayon de la zone basse fidélité pour la méthode zonale rapide

Sans grande surprise, nous pouvons constater que le temps de calcul est une fonction strictement décroissante du rayon. Cela fait sens dans la mesure où cela implique de diminuer la taille du domaine vu par le solveur physique utilisé au sein de l’approche hybride, soit la partie la plus coûteuse de l’approche.

Néanmoins, l'erreur ne se comporte pas de manière aussi monotone. Sur ce cas, un choix de rayon  $R = 875$  semble offrir le meilleur compromis entre temps de calcul et précision.

## 5 Conclusion

L'objet de notre démarche était la mise au point d'une méthode hybride compatible avec nos contraintes industrielle et permettant une diminution du temps de calcul tout en conservant une précision raisonnable. Nous considérons que cet objectif a été atteint, au vu des résultats obtenus.

Une autre perspective majeure reste la capitalisation des travaux effectués par l'intégration de la méthode dans le solveur interne de Michelin. Il s'agit d'un travail en cours consistant à :

- Présenter les avancées à cet égard
- Mettre en avant les obstacles et les limites qui se posent dans un tel contexte.
- Estimer le gain en terme de temps de calcul
- S'assurer que la performance en terme de précision est toujours acceptable

Par ailleurs notons que, dans leur principe générale, les approches zonales sont méthodes d'apprentissages agnostique. Rien ne contraint à utiliser une réduction de modèle. De ce fait, une dernière perspective consiste à continuer à investiguer en vue d'améliorer les performances en testant d'autres idées existantes dans la littérature.

## Références

- [1] F. Bonnet, J. Mazari, P. Cinnella, P. Gallinari (2022). *AIRFRANS : High Fidelity Computational Fluid Dynamics Dataset for Approximating Reynolds-Averaged-Navier-Stokes Solutions.* ;
- [2] T. Pfaff, M. Fortunato, A. Sanchez-Gonzalez, P. Battaglia (2020). *Learning Mesh-Based Simulation with Graph Networks.*
- [3] A. Chatterjee (2000). *An introduction to the proper orthogonal decomposition.* Current Science. 78.
- [4] M. Balajewicz, D. Amsallem, C. Farhat (2015). *Projection-based model reduction for contact problems.* 10.1002/nme.5135.
- [5] F. Casenave, N. Akkari, F. Bordeu, C. Rey, D. Ryckelynck (2019). *A Nonintrusive Distributed Reduced Order Modeling Framework for nonlinear structural mechanics – application to elastoviscoplastic computations.* International Journal for Numerical Methods in Engineering. 121. 10.1002/nme.6187.
- [6] J. Fauque, I. Ramière, D. Ryckelynck, (2018). *Hybrid hyper-reduced modeling for contact mechanics problems.* International Journal for Numerical Methods in Engineering. 115. 10.1002/nme.5798.
- [7] M. Bergmann, A. Ferrero, A. Iollo, E. Lombardi, A. Scardigli, et al. *A zonal Galerkin-free POD model for incompressible flows*, Journal of Computational Physics, 352, 301-325. 10.1016/j.jcp.2017.10.001. hal-01668546, 2018
- [8] M. Duval, J-C. Passieux, M. Saläun, S. Guinard (2014). *Non-intrusive Coupling : Recent Advances and Scalable Nonlinear Domain Decomposition.* Archives of Computational Methods in Engineering. 23. In press. 10.1007/s11831-014-9132-x.
- [9] Y. Renard, K. Poullos *GetFEM : Automated FE modeling of multiphysics problems based on a generic weak form language*, hal-02532422, 2020.