

Optimisation topologique magnéto-mécanique d'un rotor de machine électrique synchro-réductante

T. Cherrière¹, L. Laurent^{2,3}, F. Louf⁴, S. Hlioui^{1,5}, H. Ben Ahmed⁶, M. Gabsi¹

¹ Université Paris Saclay, ENS Paris Saclay, CNRS, SATIE, {theodore.cherriere,sami.hlioui,mohamed.gabsi}@ens-paris-saclay.fr

² Cnam, LMSSC, luc.laurent@lecnam.net

³ HESAM, Paris

⁴ Université Paris Saclay, ENS Paris Saclay, CentraleSupélec, CNRS, LMPS, francois.louf@ens-paris-saclay.fr

⁵ CY Cergy Paris Université, CNRS, SATIE

⁶ ENS Rennes, CNRS, SATIE, benahmed@ens-rennes.fr

Résumé — L'optimisation topologique est une classe de méthodes de conception automatique d'objets techniques qui ne nécessite pas d'information préalable sur leur géométrie et permet de s'affranchir des biais de conception. Cette méthodologie est appliquée à un rotor de machine électrique synchro-réductante, avec pour objectif de maximiser son couple moyen pour une alimentation en courant donnée. Cet objectif est en contradiction avec la tenue mécanique du rotor, car les rotors optimisés obtenus ne sont pas monoblocs. L'ajout d'une contrainte de compliance mécanique maximale assure la connexité des structures, qui sont alors analysées et classifiées.

Mots clés — Optimisation topologique multiphysique, Méthode à densité, Machine électrique.

1 Introduction

La transition énergétique s'accompagne de l'électrification des usages, en particulier dans le domaine des transports, au sein desquels les moteurs électriques occupent une place centrale. La demande pour une puissance massique toujours plus importante amène à la conception de machines haute-vitesse [13], tandis que les tensions d'approvisionnement en matériaux, notamment en terres rares [19], encouragent l'élaboration de machines sans aimants. Ces machines comportent un stator de machine synchrone ordinaire, mais leur rotor n'est constitué que d'air et d'acier magnétique. L'origine du couple électromagnétique provenant uniquement des différences de réductance selon les différents axes du rotor, ces machines sont qualifiées de Synchro-Réductantes (SynRM) [12]. Face aux exigences croissantes des cahiers des charges, les procédures d'optimisation structurale sont incontournables. Ces dernières peuvent être classifiées en trois familles [3] :

1. **L'optimisation paramétrique**, la plus utilisée en pratique, repose sur l'identification par le concepteur d'un nombre fini de grandeurs géométriques sur une structure déjà existante, qui constituent les variables d'optimisation. La dimension de l'espace des résultats est alors déterminé par le choix du jeu de paramètres, ce qui constitue une limitation et un biais.
2. **L'optimisation de forme**, qui repose également sur une structure initiale mais dont les frontières peuvent librement se déplacer au cours de l'optimisation, sans en modifier la topologie.
3. **L'optimisation topologique**, qui autorise les changements de topologie comme la création d'inclusions, sans nécessiter d'information initiale sur la géométrie.

Plusieurs méthodologies d'optimisation topologique existent, dont les méthodes des lignes de niveau [4], évolutionnaire [14], ou à champs de phase [21]. Les méthodes à densité [5], qui découlent historiquement de méthodes d'homogénéisation [6], sont les plus utilisées. Ce type d'approche fut appliqué à un actionneur électromagnétique pour la première fois en 1996 [11], puis s'est démocratisé et est encore utilisé massivement aujourd'hui pour l'optimisation de machines à réductance variable [1].

Dans ce travail, nous appliquons une méthode à densité pour optimiser un rotor de SynRM. On montre d'abord que l'optimisation magnétostatique seule ne suffit pas à obtenir une structure d'utilité pratique. En intégrant une contrainte portant sur la tenue mécanique, on obtient des rotors connexes, mais la stabilité des algorithmes d'optimisation en est dégradée du fait de la concurrence entre ces physiques.

2 Formalisme

On considère un domaine spatial de simulation $\Omega \in \mathbb{R}^2$ contenant un stator Ω_s fixé alimenté par trois courants constituant un système triphasé équilibré, un entrefer Ω_e constitué d'air et un rotor Ω_r dans lequel on souhaite optimiser la répartition d'air et d'acier magnétique. Notons que le comportement magnétique du fer n'est pas linéaire, comme cela sera détaillé dans la section 2.1. On introduit un champ de « densité » $\rho \in \mathcal{L}^\infty(\Omega_r)$, qui en tout point $x \in \Omega_r$ définit la propriété matériau κ par l'interpolation arbitraire suivante :

$$\tilde{\kappa}(\rho, u) = \lambda(\rho)\kappa_{\text{fer}}(u) + \lambda(1 - \rho)\kappa_{\text{air}}, \quad (1)$$

avec u un champ physique et λ une bijection croissante de $[0, 1]$. Ces grandeurs, ainsi que la nature des propriétés matériaux, dépendent des problèmes et sont détaillées dans les sections suivantes.

2.1 Problème magnétostatique

En magnétostatique, la grandeur d'intérêt κ est la polarisation magnétique, notée \underline{J} (unité T), qui vérifie la loi de comportement

$$\underline{h} = \frac{1}{\mu_0}(\underline{b} - \underline{J}(\underline{b})), \quad (2)$$

avec \underline{h} le champ magnétique en A/m, \underline{b} l'induction magnétique en T et μ_0 la perméabilité magnétique du vide en H/m. L'air n'étant pas-polarisable, $\underline{J}_{\text{air}} = 0$ T. On considère que la polarisation magnétique de l'acier magnétique $\underline{J} = [J_x, J_y]$ est colinéaire à \underline{b} , et que son module présente une saturation à 2 T. Dans le cas d'un problème à deux dimensions, l'équation à résoudre sur Ω s'écrit [9] :

$$-\text{div}(\underline{\text{grad}} a) = \mu_0 j + \text{div}(\rho^{p_{\text{mag}}}(\underline{J}_y(\underline{b}) - \underline{J}_x(\underline{b}))), \quad (3)$$

avec a la composante hors plan du potentiel vecteur magnétique telle que $\underline{b} = [d_y a, -d_x a]$, j la composante hors plan de la densité de courant qui est non-nulle uniquement dans les conducteurs situés au stator Ω_s . Le coefficient de pénalisation p_{mag} , initialement égal à 1, est progressivement augmenté au cours de l'optimisation pour atteindre $p_{\text{mag-max}} = 20$ afin d'éliminer les matériaux intermédiaires. L'amplitude de la densité de courant est de 10 A/mm², et les trois phases en présence sont $A+$ (0° électrique), $C-$ (-60° électrique) et $B+$ (-120° électrique), le sens de rotation du rotor étant trigonométrique. L'équation (3) ainsi que ses conditions aux limites, illustrées à la figure 1a, sont ensuite discrétisées par la méthode des éléments finis. Les éléments choisis sont des triangles de degré 1 ; chacun des triangles du rotor est associé à une variable d'optimisation indiquant sa densité.

2.2 Problème mécanique

Seul le rotor Ω_r est soumis à un chargement mécanique. On se place dans le référentiel tournant du rotor, sous l'hypothèse des petites perturbations en statique. Sa structure est soumise à un chargement volumique radial \underline{f}_r représentant les forces centrifuges, et un chargement volumique orthoradial lié à l'accélération angulaire du rotor, tels que pour tout $(x, y) \in \Omega_r$,

$$\underline{f}_r(x, y) = \omega^2 m_v \rho(x, y) \sqrt{x^2 + y^2} \underline{e}_r, \quad (4a)$$

$$\underline{f}_\theta(x, y) = \alpha m_v \rho(x, y) \sqrt{x^2 + y^2} \underline{e}_\theta, \quad (4b)$$

où ω représente la vitesse angulaire qu'on prendra égale à 10000 tr/min, $m_v = 7800$ kg/m³ la masse volumique de l'acier, α une accélération angulaire qu'on prendra égale à la norme de ω^2 , et $(\underline{e}_r, \underline{e}_\theta)$ les vecteurs unitaires usuels en coordonnées cylindriques. La relation de comportement suit la loi de Hooke

$$\underline{\sigma} = \mathbb{C}(\rho) : \underline{\underline{\epsilon}}, \quad (5)$$

avec $\mathbb{C}(\rho)$ le tenseur d'élasticité. Pour éviter d'obtenir une singularité en $\rho = 0$, on considère l'air comme un matériau de rigidité faible mais non nulle, ayant un module d'Young de 10 kPa contre un module

d'Young de 196 GPa pour l'acier. Le coefficient de Poisson est pris égal à 0,3 pour les deux matériaux. Le tenseur de rigidité est interpolé par une fonction rationnelle proposée par [18] :

$$\mathbb{C}(\rho) = \frac{\rho}{p_{mk} - p_{mk}\rho + 1} \mathbb{C}_{fer} + \frac{1 - \rho}{p_{mk} - p_{mk}(1 - \rho) + 1} \mathbb{C}_{air}. \quad (6)$$

Le coefficient de pénalisation p_{mk} , initialement égal à 1, est progressivement augmenté au cours de l'optimisation pour atteindre $p_{mk-max} = 300$ afin d'éliminer les matériaux intermédiaires. Le problème mécanique vérifie les équations suivantes :

$$\underline{\underline{\varepsilon}} = \frac{1}{2} \left(\underline{\underline{\text{grad}}} \underline{u} + \underline{\underline{\text{grad}}}^T \underline{u} \right) \quad \text{sur } \Omega_r, \quad (7a)$$

$$\underline{\underline{\text{div}}}(\underline{\underline{\sigma}}) + \underline{f} = \underline{0} \quad \text{sur } \Omega_r, \quad (7b)$$

avec \underline{f} associé soit au chargement (4a), soit au chargement (4b). Les conditions limites sont données sur la figure 1b. Les équations (7a) et (7b) sont alors discrétisées par la méthode des éléments finis. Comme pour le problème magnétostatique, on choisit des éléments triangulaires d'ordre 1. Les maillages sont identiques dans les cas magnétique et mécanique, ainsi le vecteur des densités discrétisées qui représente la géométrie est le même dans les deux physiques.

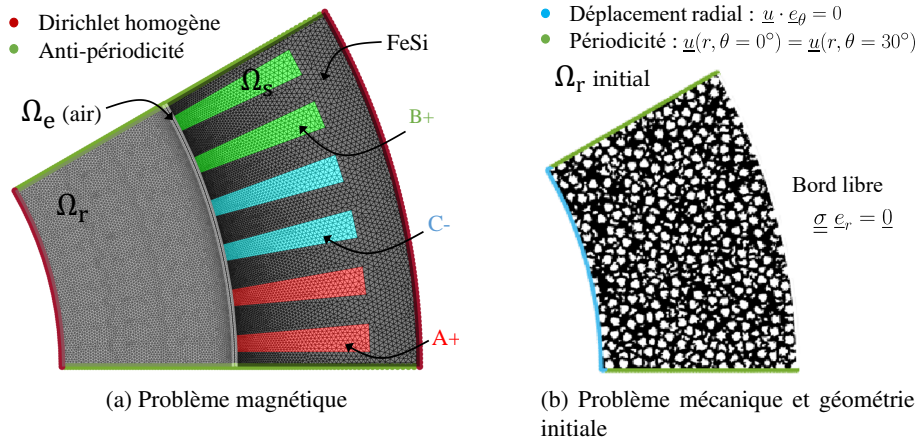


FIGURE 1 – Situations initiales associées aux deux problèmes physiques considérés. Afin d'accélérer les calculs, on tire parti de la périodicité de la machine pour n'en simuler qu'un unique pôle magnétique.

2.3 Algorithme d'optimisation

La fonction objectif f considérée est la différence de coénergie entre deux positions du rotor en quadrature, le courant étant fixé :

$$f(\rho) = \mathcal{E}'(\underline{b}(\theta_m = 0^\circ, \rho)) - \mathcal{E}'(\underline{b}(\theta_m = 90^\circ, \rho)), \quad (8)$$

\underline{b} étant calculé par résolution de (3) pour une position angulaire de rotor θ_m et un champ de densité ρ donnés, avec $p_p = 6$ le nombre de paires de pôles de la machine. La coénergie magnétique \mathcal{E}' est définie comme la transformée de Legendre de l'énergie magnétique [17]. La fonction f est proportionnelle au couple moyen [17]. Elle sera considérée seule dans la section 3.1, puis associée à une contrainte de compliance mécanique dans la section 3.2, égale au travail des forces intérieures dans le rotor :

$$\mathcal{C}(\underline{u}(\rho)) = \int_{\Omega_r} \underline{u}(\rho) \cdot \underline{f}(\rho) dx dy. \quad (9)$$

Dans cette même section, la contrainte de compliance sera associée à une contrainte sur la proportion de fer au rotor :

$$\mathcal{V}(\rho) = \frac{\int_{\Omega_r} \rho dx dy}{|\Omega_r|}. \quad (10)$$

L'algorithme d'optimisation se base sur une descente de gradient. Ce dernier, qui contient les différentes dérivées de la fonction objectif et des contraintes par rapport à la densité sur chaque élément du rotor, est calculé de manière efficace par la méthode de l'état adjoint [3]. Les sensibilités sont alors normalisées pour accélérer la convergence (section 3.1) ou bien filtrées avec un rayon de convolution différent selon les physiques (section 3.2). Ces informations de sensibilités sont ensuite exploitées dans l'étape de mise à jour qui reprend l'algorithme MMA [20]. Afin d'éliminer progressivement les matériaux intermédiaires, une méthode de continuation est adoptée : toutes les 10 itérations, les coefficients de pénalisation p_{mag} et p_{mk} , initialement égaux à 1, sont augmentés de 5 %. Enfin, le critère d'arrêt porte sur le nombre maximal d'itérations, fixé à $n = 2000$. L'algorithme global est donné à la figure 2.

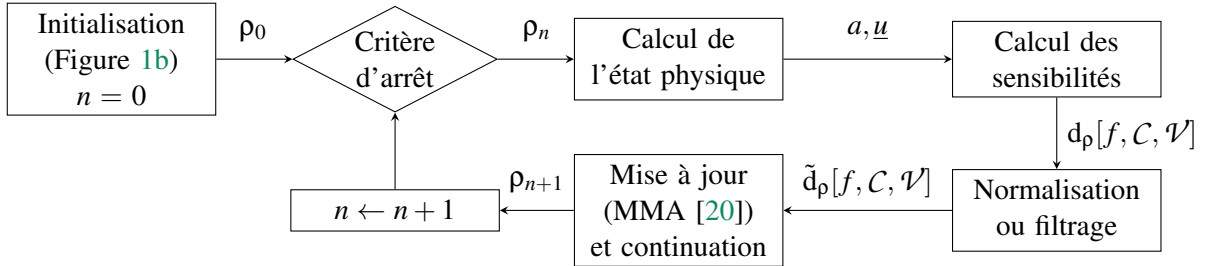


FIGURE 2 – Algorithme synthétique d'optimisation.

Cet algorithme d'optimisation étant local, et le problème d'optimisation étant non-convexe du fait notamment de la pénalisation des interpolations matériaux [2], on adoptera une approche multi-starts sur plusieurs situations initiales aléatoires du type de celle proposée par [16] et illustrée sur la figure 1b.

3 Applications

L'algorithme de la figure 2 est d'abord appliqué la maximisation non-contrainte de (8) dans la section 3.1. Contrairement à la majorité de la littérature [15, 16], aucune contrainte de symétrie n'est imposée, celles-ci pouvant être source de biais dans la conception [8].

3.1 Optimisation magnétostatique seule

Dans un premier temps, on cherche à résoudre le problème suivant, qui ne fait intervenir que la magnétostatique :

$$\begin{aligned} \text{Maximiser :} & \quad f(\rho) \\ \text{Sous contrainte :} & \quad \rho : \Omega_r \rightarrow [0, 1] \end{aligned} \quad (11)$$

Pour ce problème, la sensibilité $d_\rho f$ est normalisée afin d'accélérer la convergence :

$$\tilde{d}_\rho f = \text{signe}(d_\rho f). \quad (12)$$

La répartition des couples moyens calculés sur les résultats finaux obtenus pour 31 situations initiales aléatoires différentes est tracée à la figure 3a. Les évolutions de la fonction objectif d'une sélection de trois rotors parmi ceux obtenus sont tracées à la figure 3b, et les structures associées sont données aux figures 4a, 4b, et 4c. Une structure industrielle est donnée pour comparaison à la figure 4d.

On remarque que les barres de fer sont disjointes et séparées par de l'air : on parle de *barrières de flux*. Ces dernières sont classiques dans le dimensionnement de machines électrique [22], cependant il n'est pas clair que leur nombre optimal puisse être déterminé : pour des matériaux linéaires, un rotor à une paire de pôles et un stator générant une force magnétomotrice parfaitement sinusoïdale, ce nombre tend vers l'infini [3, 7]. Ainsi, les résultats présentés à la figure 4 sont des optima locaux qui contiennent de fines structures, dont la plupart ne sont pas reliées à l'arbre. De ce fait, ni la tenue mécanique du rotor, ni la transmission du couple à l'arbre ne sont garanties. Pour cette raison, la considération de contraintes mécaniques dans le problème d'optimisation est nécessaire pour obtenir des résultats réalisables selon les standards classiques.

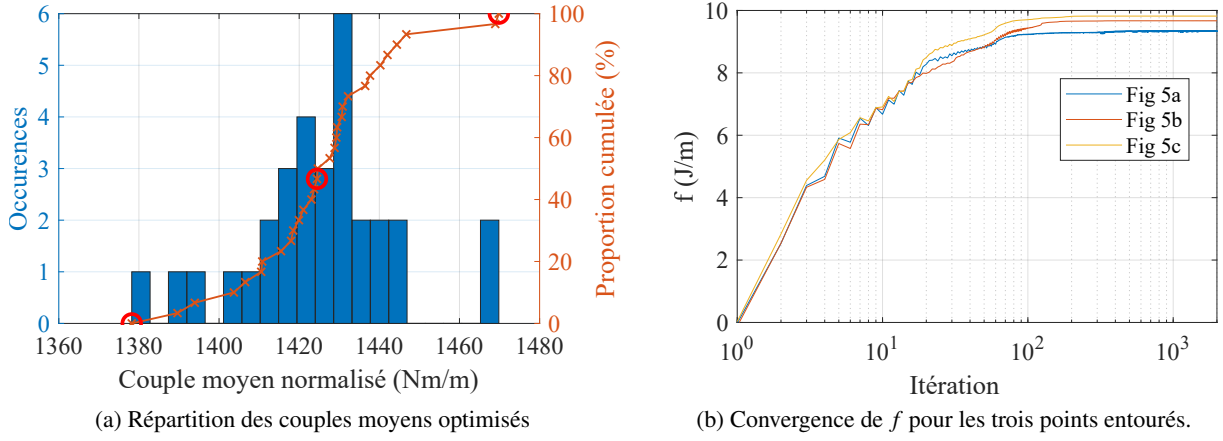


FIGURE 3 – Répartition des couples finaux obtenus et convergence au cours de l’optimisation. Les points entourés correspondent aux structures données à la figure 4.

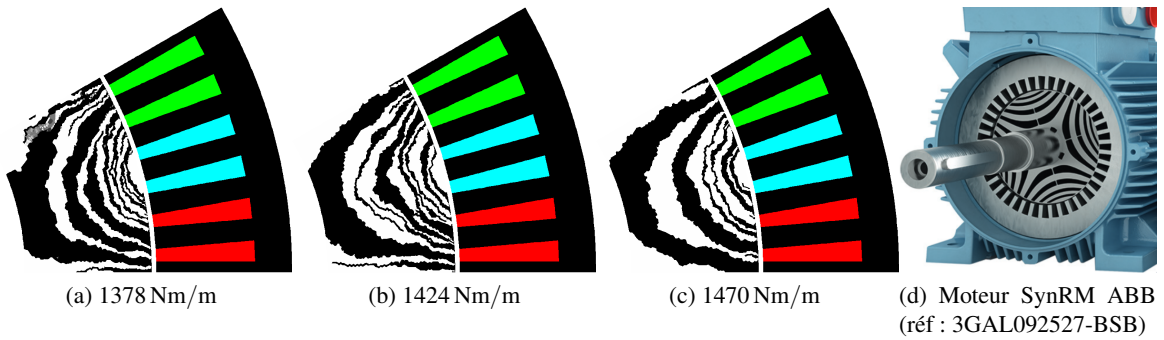


FIGURE 4 – Exemples de rotors obtenus par rapport à une structure industrielle à deux paires de pôles.

3.2 Optimisation magnéto-mécanique

On souhaite dans cette section assurer la tenue mécanique du rotor en introduisant une contrainte d’optimisation portant sur la compliance (9), dont il faut estimer une valeur maximale C_{\max} . Dans le cas simplifié d’une traction uniaxiale en élasticité linéaire, on peut isoler une contrainte axiale σ_{\max} équivalente reliée à l’allongement relatif principal ε_{\max} . L’énergie de déformation, qui n’est autre que la compliance, peut alors être estimée par :

$$C_{\max} \simeq \frac{1}{2} |\varepsilon(\underline{u})_{\max}| \cdot |\sigma_{\max}| \cdot \text{Vol}(\text{Acier}) \simeq \frac{1}{2} \frac{\Delta |u_{\max}|}{R} \cdot R_e \cdot |\Omega_r| v_{\max} \simeq 80 \text{ J/m}, \quad (13)$$

en notant $R_e = 400 \text{ MPa}$ la limite élastique de l’acier en fer-silicium, $\Delta u_{\max} = 0,05 \text{ mm}$ le déplacement maximal autorisé au niveau de l’entrefer de rayon $R = 89 \text{ mm}$, $|\Omega_r| = 1,13 \times 10^{-3} \text{ m}^2$ l’aire totale de la section d’un pôle rotorique et $v_{\max} = 66\%$ la proportion de fer maximale, qui sera également imposée en tant que contrainte d’optimisation. En prenant un coefficient de sécurité de 0,25 sur C_{\max} , à l’instar de [15], on obtient le problème d’optimisation suivant :

$$\begin{aligned} \text{Maximiser :} & \quad f(\rho) \\ \text{Sous contraintes :} & \quad \rho : \Omega_r \rightarrow [0, 1] \\ & \quad \frac{C_{f_r} + C_{f_\theta}}{2} \leq 20 \text{ J/m} \quad \text{Contrainte de compliance} \\ & \quad \mathcal{V}(\rho) \leq 0.66 |\Omega_r| \quad \text{Contrainte de volume} \end{aligned} \quad (14)$$

Par ailleurs, on adopte un procédé de filtrage convolutif des sensibilités, dont le rayon est différencié vis-à-vis des physiques comme proposé par [16, 15]. On choisit un rayon de filtrage $R_{\text{mag}} = 0,5 \text{ mm}$ pour la dérivée de la fonction objectif liée à la magnétostatique $\tilde{d}_\rho f$, et $R_{\text{mk}} = 1 \text{ mm}$ pour les dérivées des contraintes associées à la mécanique $\tilde{d}_\rho C$ et $\tilde{d}_\rho \mathcal{V}$. Ces valeurs sont issues d’une analyse paramétrique

préalable. Contrairement à la section 3.1 où les rotors optimisés étaient tous similaires, on distingue cette fois plusieurs catégories de structures selon le nombre de barres en acier conductrices de flux qu'elles possèdent. Leur performances magnétiques et mécaniques, tracées à la figure 5, sont variables. Des exemples de structures obtenues sont donnés à la figure 6.

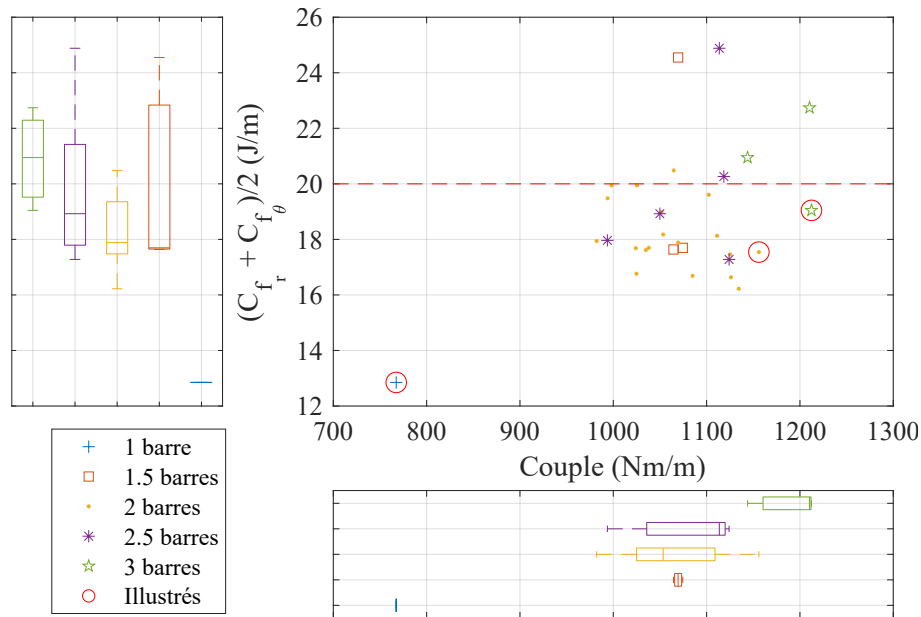


FIGURE 5 – Performances magnétiques et mécaniques des rotors optimisés selon leur catégorie.

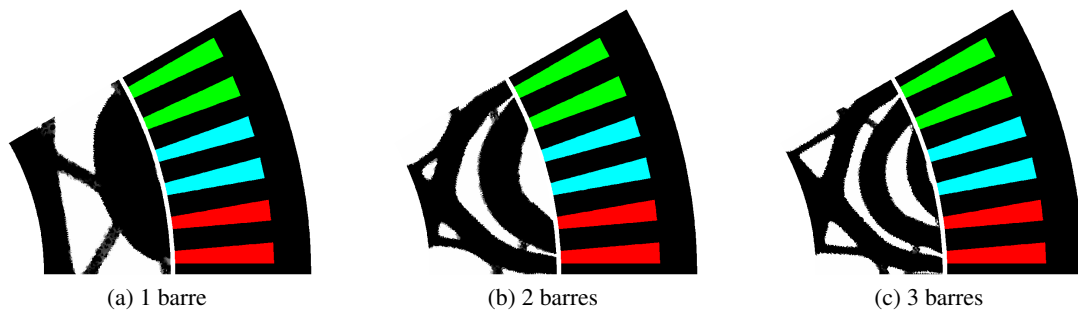


FIGURE 6 – Résultats obtenus avec prise en compte de la mécanique.

Les diagrammes statistiques marginaux de la figure 5 indiquent que d'une manière générale, lorsque le nombre de barres augmente, le couple augmente, tout comme la compliance (donc la tenue mécanique diminue). Les résultats sont assez dispersés au sein d'une même catégorie du fait de la relative instabilité de l'optimisation, dont les courbes de convergence sont données à la figure 7 ci-dessous.

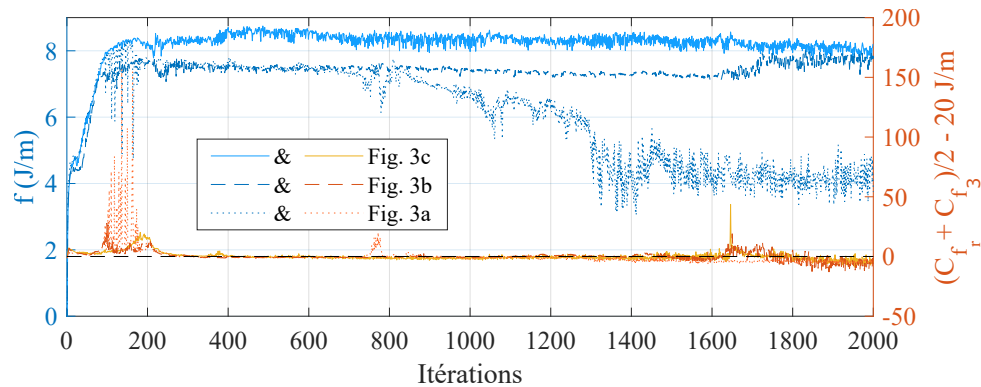


FIGURE 7 – Évolution de la fonction objectif et de la contrainte liée à la mécanique pour (14).

Cette instabilité s'explique par la concurrence entre les deux physiques, qui se matérialise au niveau des isthmes de fer qui traversent les barrières de flux :

- d'une part, l'analyse magnétostatique cherche à éliminer ces isthmes de fer qui constituent des courts-circuits magnétiques, comme entourés sur la figure 8 ;
- d'autre part, ces isthmes de fer sont nécessaires à la connexité du rotor, synonyme de sa tenue mécanique. Les déplacements et contraintes équivalentes de Von Mises sont tracés aux figures 9 et 10 : malgré leur prise en considération globale par la compliance, ces grandeurs peuvent localement demeurer importantes et dépasser les limites imposées par le cahier des charges ($R_e = 400\text{MPa}$, $\Delta u_{\max} = 0,05\text{mm}$).

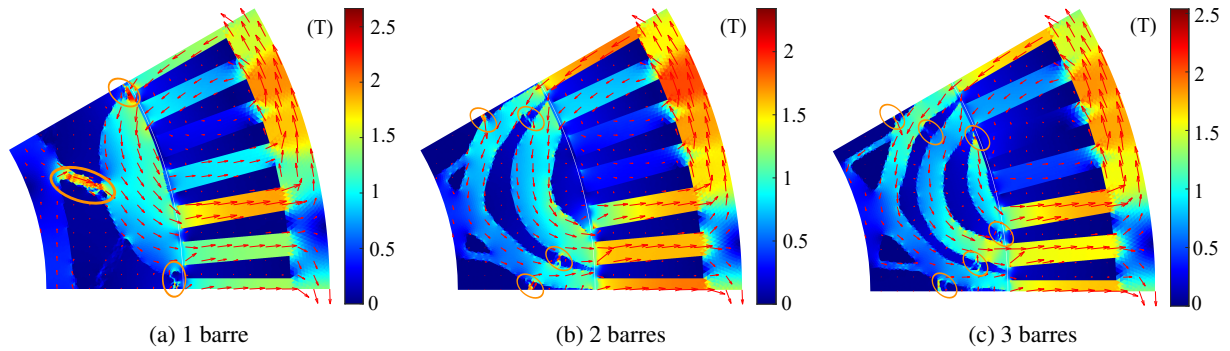


FIGURE 8 – Cartes de flux magnétique pour les structures optimisées.

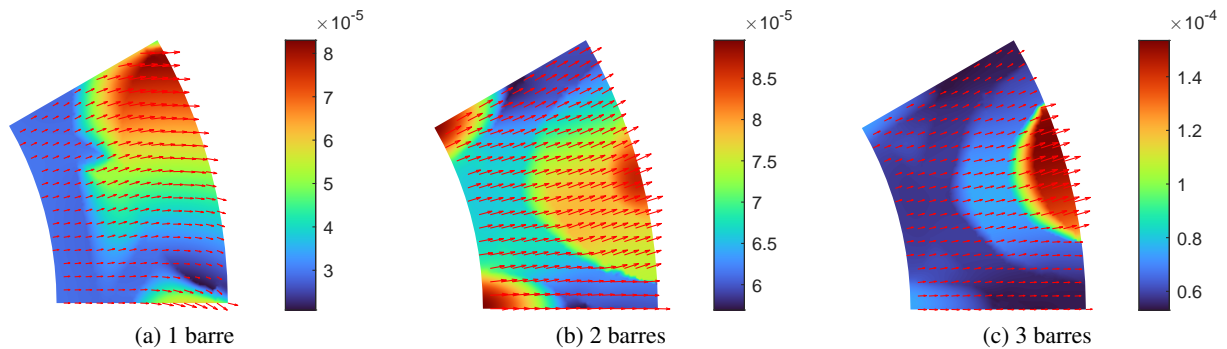


FIGURE 9 – Cartes de déplacement pour les structures optimisées (m).

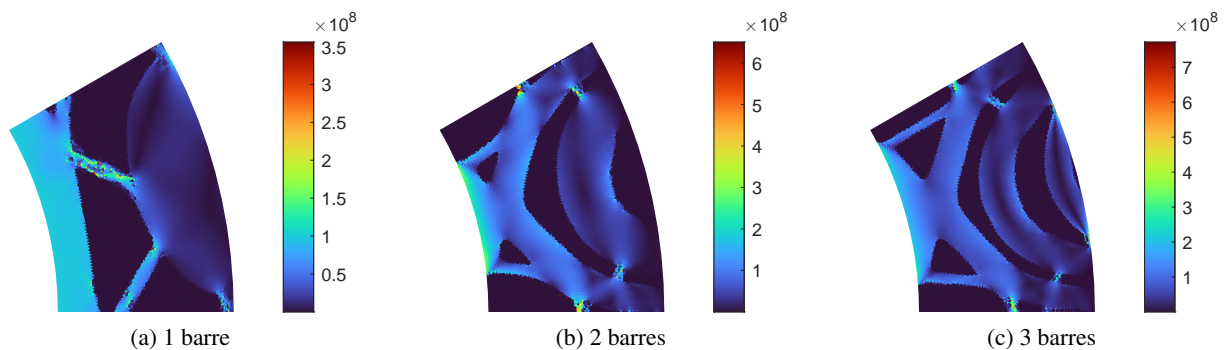


FIGURE 10 – Cartes de contrainte équivalente de Von Mises pour les structures optimisées (Pa).

4 Conclusion

Ce travail propose une optimisation topologique magnétique puis magnéto-mécanique d'un rotor de machine synchro-réductante, sans information initiale sur la géométrie. Il a permis d'identifier une diffi-

culté due à la concurrence entre les deux physiques. Si la prise en compte d'une contrainte de compliance maximale permet d'assurer la connexité du rotor, les grandeurs mécaniques locales (contrainte équivalente de Von Mises, déplacement) peuvent demeurer importantes. Leur considération en optimisation topologique existe depuis longtemps en mécanique [10] mais a encore été peu appliquée aux machines électriques, et fera l'objet de futurs travaux.

Références

- [1] M. Abdalmagid, E. Sayed, M. Bakr, and A. Emadi. Geometry and Topology Optimization of Switched Reluctance Machines : A Review. *IEEE Access*, PP :1–1, 2022.
- [2] M. Abdelhamid and A. Czekanski. Revisiting non-convexity in topology optimization of compliance minimization problems. *Engineering Computations (Swansea, Wales)*, 39(3) :893–915, 2022.
- [3] G. Allaire. *Conception optimale des structures*. Springer, 2006.
- [4] G. Allaire, F. Jouve, and A. M. Toader. Structural optimization using sensitivity analysis and a level-set method. *Journal of Computational Physics*, 194(1) :363–393, 2004.
- [5] M. P. Bendsøe. Optimal shape design as a material distribution problem. *Structural Optimization*, 1(4) :193–202, 1989.
- [6] M. P. Bendsøe and N. Kikuchi. Generating optimal topologies in structural design using a homogenization method. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 71(2) :197–224, 1988.
- [7] T. Cherière, T. Gauthey, S. Hlioui, and M. Hage-Hassan. Optimisation topologique d'un rotor de mrv pour maximiser le couple moyen : un problème mal posé. In *5e Symposium de Génie Électrique*, 2023.
- [8] T. Cherière, S. Hlioui, L. Laurent, F. Louf, H. Ben Ahmed, and M. Gabsi. Topology optimization of asymmetric pmsm rotor. In *2022 International Conference on Electrical Machines (ICEM)*, pages 469–475, 2022.
- [9] T. Cherière, T. Vancorsellis, S. Hlioui, L. Laurent, F. Louf, H. B. Ahmed, and M. Gabsi. A multimaterial topology optimization considering the pm nonlinearity. *IEEE Transactions on Magnetics*, 59(5) :1–9, 2023.
- [10] P. Duysinx and O. Sigmund. New developments in handling stress constraints in optimal material distribution. *7th AIAA/USAF/NASA/ISSMO Symposium on Multidisciplinary Analysis and Optimization*, pages 1501–1509, 1998.
- [11] D. N. Dyck and D. A. Lowther. Automated design of magnetic devices by optimizing material distribution. *IEEE Transactions on Magnetics*, 32(3 PART 2) :1188–1192, 1996.
- [12] H. Heidari, A. Rassölkin, A. Kallaste, T. Vaimann, E. Andriushchenko, A. Belahcen, and D. V. Lukichev. A review of synchronous reluctance motor-drive advancements. *Sustainability*, 13(2) :729, Jan. 2021.
- [13] HiECSs Centre of Excellence. Why high-speed machines? disponible : <https://www.aalto.fi/en/the-hiecss-centre-of-excellence/why-high-speed-machines-0>, consulté le 05/10/2023.
- [14] X. Huang and Y. M. Xie. A further review of ESO type methods for topology optimization. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 41(5) :671–683, 2010.
- [15] C. Lee and I. Gwun. Multi - material topology optimization for the PMSMs under the consideration of the MTPA control. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, pages 1–11, 2022.
- [16] C. Lee, J. Lee, and I. G. Jang. Topology Optimization for the Manufacturable and Structurally Safe Synchronous Reluctance Motors With Multiple Iron Webs and Bridges. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 70(1) :678–687, 2023. Publisher : IEEE.
- [17] B. Multon. Notes de cours de master sts mention ist : Conception et optimisation de systèmes électromagnétique - conception d'actionneur spéciaux, 2006. https://edu.ens-rennes.fr/pluginfile.php/1741/mod_label/intro/DocPedagogiques/DEA_ConceptionActionneurs_Multon_complet.pdf, dernière consultation le 17/07/2023.
- [18] M. Stolpe and K. Svanberg. An alternative interpolation scheme for minimum compliance topology optimization. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 22(2) :116–124, 2001.
- [19] Supermagnete. Comment le prix des aimants néodyme évolue-t-il? disponible : <https://www.supermagnete.de/fre/faq/Comment-le-prix-des-aimants-neodyme-evolue-t-il>, consulté le 05/10/2023.
- [20] K. Svanberg. The method of moving asymptotes—a new method for structural optimization. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 24(2) :359–373, 1987.
- [21] M. Y. Wang and S. Zhou. Phase field : A variational method for structural topology optimization. *CMES - Computer Modeling in Engineering and Sciences*, 6(6) :547–566, 2004.
- [22] S. Yammine, C. Henaux, M. Fadel, S. Desharnais, and L. Calégari. Synchronous reluctance machine flux barrier design based on the flux line patterns in a solid rotor. In *2014 International Conference on Electrical Machines (ICEM)*, pages 297–302, 2014.