

Modèle 1D enrichi pour le calcul mécanique rapide : approche multiparticulaire appliquée à la fabrication additive par dépôt de cordon

L. Preumont¹, R. Viano^{1,2}, D. Weisz-Patrault¹, P. Margerit³, G. Allaire⁴

¹ LMS, École Polytechnique, Palaiseau, daniel.weisz-patrault@cnrs.fr

² Navier, Ecole des Ponts, Champs-sur-Marne

³ PIMM, École Nationale Supérieure des Arts et Métiers, Paris

⁴ CMAP, École Polytechnique, Palaiseau

Résumé — Une nouvelle approche multiparticulaire (i.e., plusieurs champs de vitesse par point de matière) est présentée pour l'analyse mécanique des procédés de fabrication additive par dépôt de cordons. En effet, le modèle que nous proposons est un fil enrichi à quatre particules par point de matière permettant un maillage plus grossier dans la direction tangente du cordon, ce qui permet de réduire significativement le coût calculatoire. Le fondement théorique du modèle est rappelé brièvement et ses performances numériques (discrétisation aux éléments finis) sont comparées à un modèle 3D classique. Enfin, une étude paramétrique est proposée pour démontrer la pertinence et l'utilité de notre approche. Ce modèle mécanique rapide permet d'envisager des boucles d'optimisation sur des paramètres procédé tels que la vitesse de balayage et la puissance du laser.

Mots clés — Réduction de modèle, Modèle multiparticulaire, Modèle mécanique rapide, Fabrication Additive à base de cordons

Introduction

Les procédés de fabrication additive (FA) par dépose de cordon sont des techniques de fabrication qui permettent de concevoir des pièces de manière additive, i.e. en ajoutant graduellement de la matière cordon par cordon et couche après couche. Elles utilisent une variété de matériaux tels que les polymères, les métaux ou encore les bétons et les argiles, auxquels correspondent divers procédés de fabrication ayant en commun la formation d'un cordon de matière élançé. Cet article présente une nouvelle méthode de réduction de modèle pour le calcul des champs de contrainte, de déformation et de déplacement qui évoluent au cours de ces procédés. Un modèle mécanique 1D avec une cinématique enrichie appelé *QuadWire* est proposé. Ce modèle fait intervenir quatre particules par point de matière (d'où son nom), c'est-à-dire quatre champs de vitesses distincts. Le modèle *QuadWire* est formulé à l'aide du principe des puissances virtuelles tandis qu'un comportement hyperélastique est développé dans le cadre des matériaux standards généralisés [1, 2, 3]. Ce comportement est bien entendu limitant pour bon nombre de matériaux, mais il s'agit ici uniquement de démontrer l'intérêt d'une telle approche. Des comportements non-linéaires plus adaptés à la réalité des matériaux d'intérêt en FA seront développés dans d'autres contributions.

Étant unidimensionnel, le modèle *QuadWire* permet de réduire considérablement les temps de calcul, car les dimensions de la section du cordon (i.e., hauteur et largeur) ne sont pas discrétisées (dimensions internes au modèle) et ne conditionnent donc pas le raffinement du maillage le long de la direction tangente du cordon comme c'est le cas pour les modèles tridimensionnels pour lesquels on cherche à éviter des mailles trop élançées. Il est donc possible de raffiner le maillage uniquement dans les zones de fort gradient de contrainte. Ainsi, même si le modèle *QuadWire* possède 12 degrés de liberté par nœud de maillage (contre 3 seulement pour un modèle 3D) le nombre de degrés de liberté total est réduit de plusieurs ordres de grandeur. En outre, le modèle *QuadWire* bien qu'unidimensionnel, permet de fixer simplement les conditions cinématiques entre les différents cordons du fait qu'il possède quatre particules (cf. figure 2). De plus, du fait de sa cinématique enrichie, ce modèle permet de reprendre de nombreux types d'efforts tels que de la tension/compression ou du cisaillement.

Le modèle *QuadWire* est présenté en détails dans une contribution récente [4], nous ne rappelons

ici que les concepts principaux pour faciliter la lecture et la compréhension de l'étude que nous présentons ici (section 1). Plus précisément, la construction cinématique est d'abord introduite (section 1.1) avant d'établir les efforts généralisés par la méthode des puissances virtuelles (section 1.2), puis une proposition de comportement élastique thermodynamiquement admissible est donnée (section 1.3). Les performances du modèle, en termes de temps de calcul, sont comparées à un modèle de Cauchy 3D discrétisé de manière équivalente (section 2). Finalement, une étude paramétrique illustre la cohérence du modèle (section 3), à partir d'un couplage thermique faible fourni par le programme de thermique rapide proposé dans [5, 6] et amélioré dans [7]. La démarche de couplage faible où l'on calcule d'abord l'histoire des températures et ensuite l'évolution des champs mécaniques sous chargement thermique est similaire à [8, 9]. L'étude paramétrique reprend le plan d'expérience proposé dans [10].

La rapidité de ce modèle mécanique permet d'envisager des boucles d'optimisation sur les paramètres procédés comme la vitesse et la puissance du laser dans le but de contrôler la formation des contraintes résiduelles.

1 Description du modèle QuadWire

On se limite ici au cas d'une géométrie *rectiligne* sans courbure dans la mesure où la discrétisation aux éléments finis issue du modèle QuadWire est fondée sur des éléments linéaires. Pour plus de détails, le lecteur peut consulter [4].

1.1 Géométrie et cinématique

La variété différentielle utilisée pour porter le domaine de mécanique est un domaine unidimensionnel plongé dans \mathbb{R}^3 . Il est défini par son abscisse curviligne s et est noté C de longueur l pour le domaine actuel. Dans tous les développements qui suivent, on omet de noter le temps, car on propose une résolution quasi-statique et un comportement indépendant du temps physique. Néanmoins, on définit classiquement des notions de puissance et donc des dérivées en temps. On note classiquement la dérivée d'une fonction du temps g par \dot{g} . Par ailleurs, on définira également la dérivée d'une fonction $g(s)$ de l'abscisse curviligne par $g'(s)$.

Chaque point de matière $\underline{x}(s) \in C$ est décrit par **quatre particules** distinctes dont les positions sont notées $\underline{x}_k(s)$ avec ($1 \leq k \leq 4$). Le modèle QuadWire est donc un modèle **semi-discret** : continu dans sa direction tangentielle et discret dans la section. La figure 1 présente les notations du vecteur tangent \underline{t} et des deux vecteurs normaux $\underline{n}, \underline{b}$, ainsi qu'une représentation 3D d'un élément de matière du modèle QuadWire avec la largeur du cordon δn et sa hauteur δb . Les positions locales des quatre particules se lisent :

$$\begin{aligned} \underline{x}_1(s) &= \underline{x}(s) + \frac{\delta n}{2} \underline{n} + \frac{\delta b}{2} \underline{b} & \underline{x}_2(s) &= \underline{x}(s) + \frac{\delta n}{2} \underline{n} - \frac{\delta b}{2} \underline{b} \\ \underline{x}_3(s) &= \underline{x}(s) - \frac{\delta n}{2} \underline{n} + \frac{\delta b}{2} \underline{b} & \underline{x}_4(s) &= \underline{x}(s) - \frac{\delta n}{2} \underline{n} - \frac{\delta b}{2} \underline{b} \end{aligned} \quad (1)$$

On voit que cette définition implique que $\underline{x}(s)$ correspond à la position moyenne, soit :

$$\underline{x}(s) = \frac{\underline{x}_1(s) + \underline{x}_2(s) + \underline{x}_3(s) + \underline{x}_4(s)}{4} \quad (2)$$

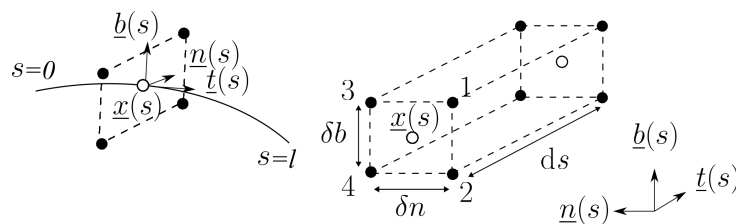


FIGURE 1 – Géométrie du modèle QuadWire et représentation 3D d'un élément matériel.

On définit l'espace des vitesses *virtuelles* comme suit :

$$\mathcal{V}^* = \{ \vec{v}^* : s \in \mathcal{C} \mapsto (v_1^*(s), v_2^*(s), v_3^*(s), v_4^*(s)) \in \mathbb{R}^{12} \} \quad (3)$$

Chaque élément de \mathcal{V}^* comporte quatre fonctions $(v_1^*, v_2^*, v_3^*, v_4^*)$ correspondant aux quatre particules.

L'espace des mouvements de *corps rigide* s'écrit :

$$\mathcal{V}_R^* = \{ \vec{v}^* \in \mathcal{V}^*, \exists v_R^* \in \mathbb{R}^3, \exists \underline{w}^* \in \mathcal{T}^A, \forall k \in \{1, 2, 3, 4\}, v_k^*(s) = v_R^* + \underline{w}^* \cdot x_k(s) \} \quad (4)$$

Où \mathcal{T}^A est l'espace des tenseurs anti-symétriques d'ordre 2 (permettant de définir une vitesse de rotation rigide).

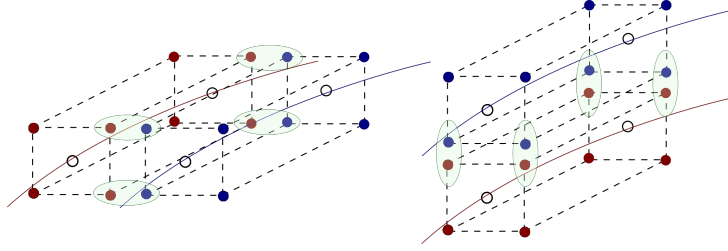


FIGURE 2 – Liaisons cinématiques entre deux cordons QuadWire

Grâce à sa structure à quatre particules, le modèle QuadWire permet de lier facilement des cordons entre eux (cf. figure 2) afin de créer une pièce massive tridimensionnelle. Ce type de liaison est possible dans les deux directions du plan (n, b) .

Par ailleurs, considérons une fonction cinématique quelconque (par exemple vitesse, déplacement, température) de l'abscisse curviligne attachée aux quatre particules et notée $\vec{a} = (a_1, a_2, a_3, a_4)$. On définit l'opérateur P donnant la moyenne a et les différences $\delta^n a, \delta^b a, \delta^\times a$ définies comme suit :

$$P : \vec{a} = (a_1, a_2, a_3, a_4) \mapsto \vec{a}_\delta = (a, \delta^n a, \delta^b a, \delta^\times a) \quad (5)$$

Où l'on a posé :

$$\begin{aligned} a &= \frac{a_1 + a_2 + a_3 + a_4}{4} & \delta^n a &= \frac{a_1 + a_2 - a_3 - a_4}{2} \\ \delta^b a &= \frac{a_1 - a_2 + a_3 - a_4}{2} & \delta^\times a &= a_1 - a_2 - a_3 + a_4 \end{aligned} \quad (6)$$

Il est trivial de remarquer que P est une bijection et on a $\vec{a} = P^{-1}(\vec{a}_\delta)$.

1.2 Principe des puissances virtuelles

Les forces généralisées sont définies en introduisant la *puissance virtuelle des efforts intérieurs*, qui est définie comme une forme linéaire de $\vec{v}^* = (v_1^*, v_2^*, v_3^*, v_4^*) \in \mathcal{V}^*$. Le modèle QuadWire est formulé au *premier gradient* par rapport à l'abscisse curviligne s , ce qui se lit :

$$\text{PVI}(\vec{v}^*) = \int_0^l \sum_{k=1}^4 \left(\underline{f}_k(s) \cdot v_k^*(s) - \underline{F}_k(s) \cdot v_k^{*'}(s) \right) ds \quad (7)$$

Où les efforts intérieurs \underline{f}_k (N.m^{-1}) et \underline{F}_k (N) se lisent respectivement comme des forces par unité de longueur et des forces (avec $1 \leq k \leq 4$). Afin d'exploiter la condition de cohérence, le PVI est réécrit en utilisant \vec{v}_δ^* comme expression de la vitesse QuadWire donnée par l'opérateur (6). On définit également

les efforts intérieurs suivants :

$$\begin{aligned}
\underline{f} &= \sum_{k=1}^4 \underline{f}_k & \underline{F} &= \sum_{k=1}^4 \underline{F}_k \\
\underline{m}_n &= \frac{\delta n}{2} (\underline{f}_1 + \underline{f}_2 - \underline{f}_3 - \underline{f}_4) & \underline{M}_n &= \frac{\delta n}{2} (\underline{F}_1 + \underline{F}_2 - \underline{F}_3 - \underline{F}_4) \\
\underline{m}_b &= \frac{\delta b}{2} (\underline{f}_1 - \underline{f}_2 + \underline{f}_3 - \underline{f}_4) & \underline{M}_b &= \frac{\delta b}{2} (\underline{F}_1 - \underline{F}_2 + \underline{F}_3 - \underline{F}_4) \\
\underline{m}_\times &= \frac{\delta n \delta b}{4} (\underline{f}_1 - \underline{f}_2 - \underline{f}_3 + \underline{f}_4) & &
\end{aligned} \tag{8}$$

Où \underline{f} et \underline{F} sont respectivement la force résultante par unité de longueur et la force résultante sur les quatre particules. De plus \underline{m}_n , \underline{m}_b et \underline{M}_n , \underline{M}_b sont respectivement les moments résultants par unité de longueur et les moments résultants, permettant de mettre la section en rotation. Enfin, \underline{m}_\times est un effort permettant d'activer une déformation de la section en point selle.

On montre dans [4] que la *condition de cohérence* implique d'une part que la somme des efforts linéiques internes est nulle, soit :

$$\underline{f}(s) = 0 \tag{9}$$

Et d'autre part que le tenseur des efforts généralisés suivant (noté $\underline{\underline{\Sigma}}$) est symétrique :

$$\underline{\underline{\Sigma}}(s) = \underline{t} \otimes \underline{F}(s) - \underline{b} \otimes \underline{m}_b(s) - \underline{n} \otimes \underline{m}_n(s) \in \mathcal{T}^S \tag{10}$$

Où \mathcal{T}^S est l'espace des tenseurs d'ordre 2 symétriques.

Les efforts généralisés sont définis par le tenseur d'ordre 2 symétrique $\underline{\underline{\Sigma}}$ (N) (qui est analogue au tenseur de Cauchy dans le modèle de Cauchy 3D), et par un tenseur d'ordre 3 noté $\underline{\underline{\underline{M}}}$ (N.m) :

$$\underline{\underline{\underline{M}}}(s) = \underline{t} \otimes \underline{b} \otimes \underline{M}_b(s) + \underline{t} \otimes \underline{n} \otimes \underline{M}_n(s) - \underline{b} \otimes \underline{n} \otimes \underline{m}_\times(s) \tag{11}$$

Pour tout champ de vitesse virtuel $\vec{v}_\delta = (v^*, \delta^n v^*, \delta^b v^*, \delta^\times v^*)$, posons le tenseur d'ordre 2 de taux de déformation généralisée noté $\underline{\underline{\xi}}^*$ et le tenseur d'ordre 3 de taux de courbure généralisée noté $\underline{\underline{\underline{\chi}}}^*$ comme suit :

$$\underline{\underline{\xi}}^*(s) = \text{Sym} \left(\underline{v}^{*'}(s) \otimes \underline{t} + \frac{\delta^n \underline{v}^*(s)}{\delta n} \otimes \underline{n} + \frac{\delta^b \underline{v}^*(s)}{\delta b} \otimes \underline{b} \right) \tag{12}$$

Où Sym désigne la partie symétrique. Et :

$$\underline{\underline{\underline{\chi}}}^*(s) = \frac{\delta^n \underline{v}^{*'}(s)}{\delta n} \otimes \underline{n} \otimes \underline{t} + \frac{\delta^b \underline{v}^{*'}(s)}{\delta b} \otimes \underline{b} \otimes \underline{t} + \frac{\delta^\times \underline{v}^*(s)}{\delta n \delta b} \otimes (\underline{n} \otimes \underline{b} + \underline{b} \otimes \underline{n}) \tag{13}$$

On définit les déformations généralisées $\underline{\underline{\xi}}^*$ et $\underline{\underline{\underline{\chi}}}^*$ comme les primitives en temps de (12) et (13).

On montre dans [4] que la puissance virtuelle des efforts intérieurs peut s'écrire comme suit en négligeant le terme $\delta^\times \underline{v}^{*'}(s)$, car du point de vue d'une cinématique 3D, il correspond à un gradient du troisième ordre :

$$\text{PVI}(\vec{v}^*) = - \int_0^l \left(\underline{\underline{\xi}}^*(s) : \underline{\underline{\Sigma}}(s) + \underline{\underline{\underline{\chi}}}^*(s) : \underline{\underline{\underline{M}}}(s) \right) ds \tag{14}$$

Il reste donc 15 inconnues de déformation et de contrainte (en tenant compte du fait que $\underline{\underline{\Sigma}}$ est symétrique) pour 12 inconnues cinématiques en déplacement.

La puissance virtuelle des efforts extérieurs est écrite comme une forme linéaire de la vitesse virtuelle :

$$\text{PVE}(\vec{v}^*) = \sum_{k=1}^4 \int_0^l \underline{f}_k^{\text{ext}}(s) \cdot \underline{v}_k^*(s) ds + (\underline{F}_k^{\text{ext}}(0) \cdot \underline{v}_k^*(0) + \underline{F}_k^{\text{ext}}(l) \cdot \underline{v}_k^*(l)) \tag{15}$$

Où $\underline{f}_k^{\text{ext}}$ (N.m⁻¹) sont les forces extérieures par unité de longueur, et $\underline{F}_k^{\text{ext}}$ (N) sont les forces extérieures ponctuelles appliquées aux deux extrémités du cordon ($s = 0$ et $s = l$).

Enfin, les équations d'équilibre sont établies à partir du principe des puissances virtuelles :

$$\forall \vec{v}^* \in \mathcal{V}^*, \quad \text{PVI}(\vec{v}^*) + \text{PVE}(\vec{v}^*) = 0 \tag{16}$$

1.3 Comportement thermoélastique

Les variables d'état du modèle sont les déformations $\underline{\underline{\xi}}$ et $\underline{\underline{\chi}}$ et la variation de température moyenne $\Delta T = T - T_{\text{ref}}$ où T est la température moyenne des quatre particules et T_{ref} une température de référence. On pose l'énergie libre comme une forme quadratique des variables d'état et on suppose que le matériau ne dissipe pas d'énergie (élasticité linéaire). On montre dans [4] grâce à une procédure d'homogénéisation que si l'on suppose que le matériau est isotrope, le comportement se réécrit simplement :

$$\begin{cases} \underline{\underline{\Sigma}} = \underline{\underline{R}}^{\xi} : (\underline{\underline{\xi}} - \alpha \Delta T \underline{\underline{I}}) \\ \underline{\underline{M}} = \underline{\underline{R}}^{\chi} : \underline{\underline{\chi}} \end{cases} \quad (17)$$

Où $\underline{\underline{R}}^{\xi}$ (N), $\underline{\underline{R}}^{\chi}$ (N.m²) sont des tenseurs de raideur définis positifs d'ordre 4 et 6 respectivement, α est le coefficient de dilatation thermique, et $\underline{\underline{I}}$ est le tenseur identité d'ordre 2.

2 Comparaison avec un modèle de Cauchy 3D classique

Le modèle QuadWire est implémenté aux éléments finis avec *Python* [11]. Le modèle de Cauchy 3D est implémenté avec la même architecture pour servir de point de comparaison pour le coût calculatoire. On simule pour l'exemple un mur simple plan de 10 mm de long avec une hauteur de cordon $\delta b = 0.2$ mm et une largeur de cordon $\delta n = 0.75$ mm soumis de manière uniforme à une variation de température de 1000 K. Le modèle 3D converge classiquement pour un minimum de trois éléments dans l'épaisseur du cordon ce qui conditionne le reste du maillage pour avoir des mailles relativement cubiques. Au contraire, on se place dans un cas défavorable pour le modèle QuadWire afin de souligner son potentiel : Un maillage uniforme aussi fin que le modèle 3D est retenu, bien que le modèle QuadWire permet justement de mailler grossièrement dans la longueur sans provoquer de problème de conditionnement.

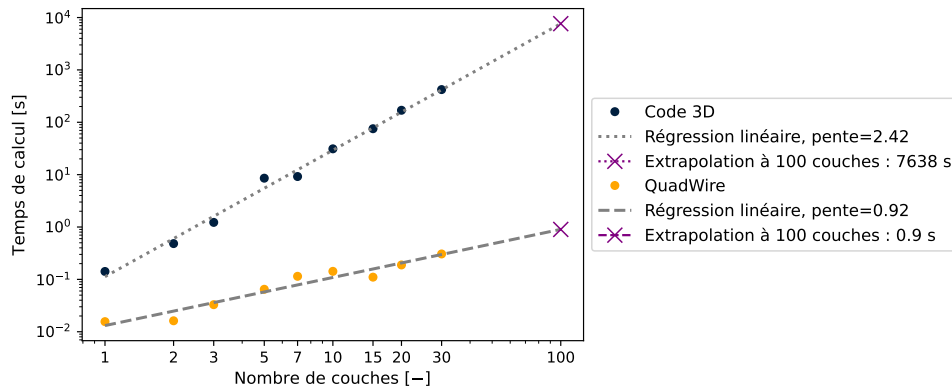


FIGURE 3 – Comparaison des temps de calcul pour une itération entre le modèle QuadWire maillé finement (50 éléments) et le modèle 3D maillé grossièrement (50 éléments dans la longueur du cordon, 3 éléments dans l'épaisseur et 10 éléments dans la largeur pour assurer un bon conditionnement)

On fait le choix d'un calcul par pénalisation, c'est-à-dire que la totalité de la structure est présente dès le début du calcul avec des paramètres de raideur très faibles et les mailles sont peu à peu activées en assignant une valeur réaliste aux paramètres de raideur. Dans ce contexte, on compare le temps de calcul par itération pour un mur simple plan avec un nombre final de couches croissant. En effet, chaque itération implique la résolution du problème sur l'ensemble des éléments, qu'ils soient activés ou non. La figure 3 illustre que dans les conditions de maillage que nous nous sommes fixées, le temps de calcul du code 3D croît 2.6 fois plus vite avec le nombre final de couches que le code QuadWire. En pratique, pour calculer la fabrication d'un mur de 100 cordons avec 50 éléments par couche (soit 50 itérations par cordon en ajoutant les mailles une à une), sans aucune stratégie de raffinement de maillage, le code QuadWire est environ 8 000 fois plus rapide que le code 3D. Il ne nécessiterait que 1h15 de calcul contre 10 000 heures pour le maillage 3D (> 400 jours). Bien entendu, ce résultat est à nuancer, car des

stratégies de maillage peuvent être envisagées pour accélérer le calcul 3D, mais il montre bien l'intérêt de l'approche que nous proposons.

La Figure 4 (haut) illustre les déformations d'une section, discrétisée à l'aide du code 3D, en comparaison avec la déformation engendrée par le modèle QuadWire. Le modèle 3D discrétise la section avec 132 degrés de liberté, tandis que le modèle QuadWire ne requiert que 12 degrés de liberté. Par ailleurs la figure 4 (bas) présente une comparaison du déplacement tangentiel le long de l'abscisse curviligne au niveau du coin supérieur gauche de la section. Il faut noter que dans ce calcul préliminaire le comportement très riche du modèle QuadWire (17) fait intervenir deux tenseurs de raideur, ces derniers n'ont pas été optimisés pour mimer parfaitement le comportement du cordon 3D, nous avons simplement repris le comportement issu d'une homogénéisation simple ne faisant intervenir que le module d'Young et le coefficient de Poisson [4].

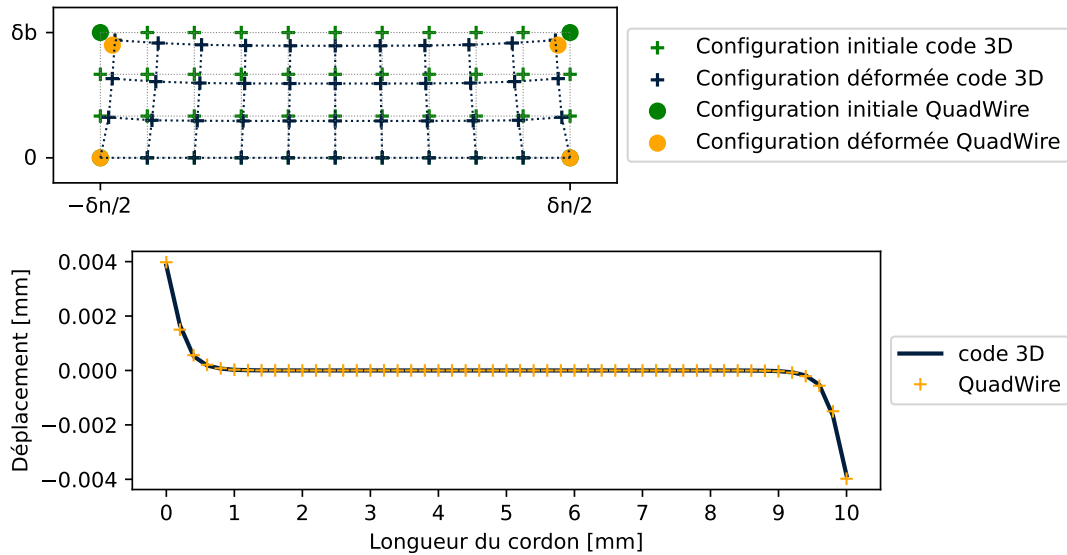


FIGURE 4 – Déformation amplifiée d'un facteur 5 de la section au milieu du cordon (i.e., nœud 25 sur 51) (haut), et déplacement tangentiel le long de l'abscisse curviligne du coin supérieur gauche de la section (bas)

3 Étude paramétrique sur la vitesse et la puissance

On présente une étude de l'influence sur l'évolution des contraintes des paramètres d'un procédé de fabrication additive métallique par dépôt dirigé d'énergie (DED). À partir du plan d'expérience introduit dans [10], les histoires des températures ont été simulées en exploitant [6]. L'étude porte sur six murs droits de dimension $40 \text{ mm} \times 30 \text{ mm}$ construits avec différents paramètres de vitesse V et de puissance P donnant lieu à différentes valeurs d'énergie déposée par unité de longueur E . Pour le comportement élastique, on prend un module d'Young de 210 GPa et un coefficient de Poisson de 0.3. Le tableau 1 présente les paramètres procédé ainsi que la géométrie de la section des cordons des murs étudiés.

Mur	$E \text{ (J.mm}^{-1}\text{)}$	$P \text{ (W)}$	$V \text{ (mm.min}^{-1}\text{)}$	Section de cordon ($\mu\text{m} \times \mu\text{m}$)
1	8.0	250	1875	290×780
2	8.0	300	2250	257×800
3	8.0	350	2625	177×920
4	5.7	250	2625	168×820
5	11.2	350	1875	251×1080
6	13.3	250	1125	421×1100

TABLE 1 – Paramètres du procédé et section du cordon des murs étudiés

La formation de contraintes dans les 10 premières couches des murs est étudiée à partir des données

simulées de thermique. Les murs sont maillés avec 100 éléments le long des cordons. On se limite ici à l'analyse de la contrainte généralisée Σ_{tt} (N), équivalente à la tension/compression résultante dans les cordons. La figure 5 présente, pour le nœud milieu de la première couche, l'évolution au cours du temps de la température (gauche) et de la contrainte généralisée Σ_{tt} (droite). Il faut noter que le temps est exprimé comme la proportion de la durée totale de fabrication. En effet, cela permet de comparer plus facilement les évolutions, car les pics de température n'interviennent pas aux mêmes instants du fait des vitesses différentes. (On peut noter que le temps adimensionnel ne commence pas à 0 du fait que l'élément au milieu de la première couche apparaît plus tard dans la simulation). On remarque que l'intensité des pics de température est croissante en fonction de l'énergie déposée par unité de longueur. Il existe un effet propre sur la température de la puissance P et de la vitesse V à énergie fixée, mais assez léger. Cet effet est encore modéré pour la contrainte généralisée Σ_{tt} par les différences de largeur et de hauteur de cordon (dues aux différents paramètres procédé comme décrit dans [10]). On remarque que la contrainte généralisée Σ_{tt} présente des cycles allant de phases comprimées à tendues correspondant aux différents cycles thermiques.

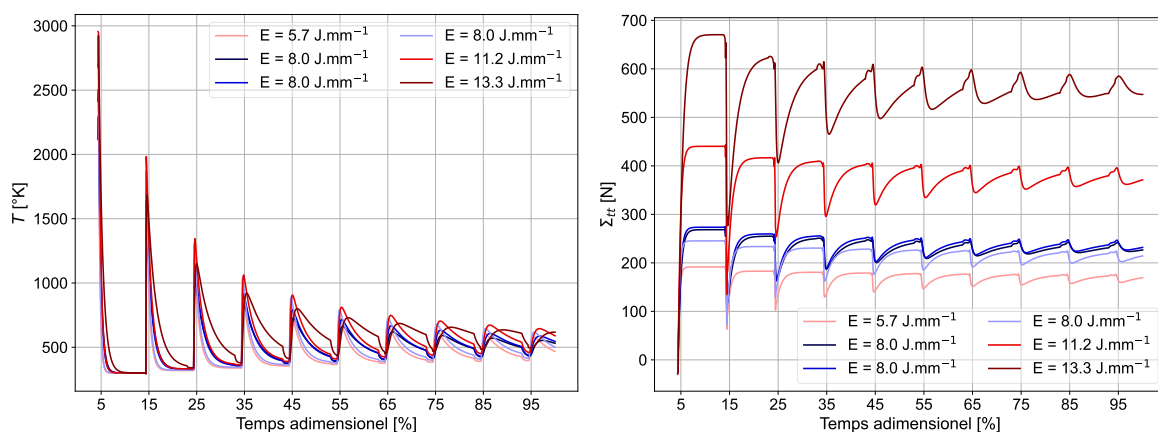


FIGURE 5 – Évolution de la température T (gauche) et de la contrainte de tension Σ_{tt} (droite) du nœud milieu de la première couche au cours de la simulation pour les six murs.

La figure 6 présente la contrainte généralisée Σ_{tt} dans les différents murs à la fin de la dépose du 10-ième cordon, sous forme d'une courbe le long des éléments dans chaque couche pour les six murs (gauche) et d'une carte de contrainte pour le mur 1 (droite). On observe une répartition des contraintes similaire à ce qui est obtenu dans [8, 9]. Ainsi, même avec un comportement parfaitement réversible, la mise en contrainte de la structure évolue et se stabilise vers une configuration non uniforme due à l'histoire des liaisons entre les cordons et des différences de température entre les cordons à l'instant de dépose. En outre, on remarque que le niveau de contrainte est une fonction croissante de l'énergie déposée par unité de longueur, et notamment les contraintes sont très similaires pour tous les cas ayant la même énergie déposée par unité de longueur E . Il semble donc que cette grandeur soit un bon estimateur pour anticiper le niveau de contrainte dans la structure. Par ailleurs, les premières couches imprimées ont un niveau de contrainte supérieur aux suivantes puisqu'elles refroidissent sur une structure plus rigide (et même infiniment rigide pour la première puisque l'on a bloqué les déplacements au niveau du substrat). Au contraire, les couches supérieures sont imprimées sur les couches précédentes, plus déformables, facilitant la relaxation des contraintes.

4 Conclusion et Perspectives

Un modèle unidimensionnel enrichi a été présenté et exploité pour réaliser une étude paramétrique de l'évolution des contraintes au cours d'un procédé de fabrication additive. Dans le cadre simplifié d'un comportement élastique linéaire et d'une géométrie rectiligne, nous avons montré que l'énergie déposée par unité de longueur est un bon estimateur des contraintes qui se développent pendant la fabrication. Par ailleurs, nous avons montré que les temps de calcul restent très accessibles alors qu'ils deviennent prohibitifs dans le cas d'une modélisation classique tridimensionnelle. Cela permet entre autres d'envisager la

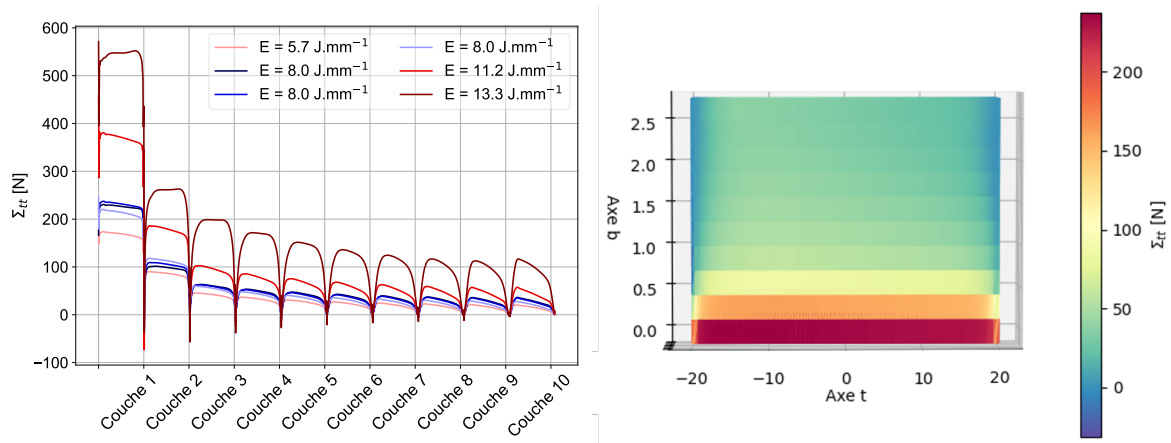


FIGURE 6 – Évolution de Σ_{tt} dans tous les éléments pour les six murs simulés à la fin de l'impression. Chaque couche est composée de 100 éléments (gauche) et la carte de contrainte Σ_{tt} dans le plan (t, b) du mur 1.

constitution de cartes de procédé où l'on balaye de manière systématique les paramètres du procédé, et l'élaboration de boucles d'optimisation pour minimiser les contraintes dans les pièces fabriquées. Enfin, il convient de considérer dans de futures contributions des comportements non-linéaires et dépendant de la température qui sont mieux adaptés à la réalité des comportements des matériaux pour la plupart des procédés de fabrication additive.

Références

- [1] Bernard Halphen and Quoc Son Nguyen. Sur les matériaux standard généralisés. *Journal de mécanique*, 14 :39–63, 1975.
- [2] P Suquet, QS Nguyen, and P Germain. Continuum thermodynamics. *J. Appl. Mech.*, 50 :101–1020, 1983.
- [3] Jean-François Caron, A Diaz Diaz, Rui Pedro Carreira, Armelle Chabot, and Alain Ehrlacher. Multi-particle modelling for the prediction of delamination in multi-layered materials. *Composites science and technology*, 66(6) :755–765, 2006.
- [4] Laurane Preumont, Rafael Viano, Daniel Weisz-Patrault, Pierre Margerit, and Grégoire Allaire. QuadWire : an extended one dimensional model for efficient mechanical simulations of bead-based additive manufacturing processes. 2023 (submitted).
- [5] Daniel Weisz-Patrault. Fast macroscopic thermal analysis for laser metal deposition. Application to multi-phase steels. In *Sim-AM 2019 : II International Conference on Simulation for Additive Manufacturing*, pages 60–71. CIMNE, 2019.
- [6] Daniel Weisz-Patrault. Fast simulation of temperature and phase transitions in directed energy deposition additive manufacturing. *Additive Manufacturing*, 31 :100990, 2020.
- [7] Alexander Edwards, Daniel Weisz-Patrault, and Eric Charkaluk. Analysis and fast modelling of microstructures in duplex stainless steel formed by directed energy deposition additive manufacturing. *Additive Manufacturing*, 61 :103300, 2023.
- [8] Daniel Weisz-Patrault, Pierre Margerit, and Andrei Constantinescu. Residual stresses in thin walled-structures manufactured by directed energy deposition : In-situ measurements, fast thermo-mechanical simulation and buckling. *Additive Manufacturing*, 56 :102903, 2022.
- [9] Steeve Gaudetz, Daniel Weisz-Patrault, Kouider-Abdellah Abdesselam, V Honkimaki, S Van Petegem, and Manas Upadhyay. Effect of mechanical constraints on temperature estimates from in operando synchrotron x-ray measurements during additive manufacturing. 2023 (submitted).
- [10] Michèle Bréhier, Daniel Weisz-Patrault, and Christophe Tournier. Revisiting the influence of the scanning speed on surface topography and microstructure of in718 thin walls in directed energy deposition additive manufacturing. *Procedia CIRP*, 108 :470–476, 2022.
- [11] Guido Van Rossum and Fred L Drake Jr. *Python reference manual*. Centrum voor Wiskunde en Informatica Amsterdam, 1995.