

Investigation des effets de taille : plasticité à gradient vs dynamique des dislocations discrètes

Y.A. Amouzou-Adoun¹, M. Jebahi¹, M. Fivel², S. Forest³

¹ Arts et Metiers Institute of Technology, CNRS, Université de Lorraine, LEM3, {yaovi.amouzou-adoun,mohamed.jebahi}@ensam.eu

² Univ. Grenoble Alpes, CNRS, Grenoble INP, SIMaP, marc.fivel@simap.grenoble-inp.fr

³ Mines Paris, PSL University, Centre des matériaux, CNRS UMR 7633, samuel.forest@minesparis.psl.eu

Résumé — À l'aide d'une solution analytique à un problème de cisaillement simple, nous avons montré qu'un modèle de plasticité à gradient (cristalline) à potentiel non-quadratique modélise bien une augmentation apparente de la limite d'élasticité à faibles échelles. Au delà de cet aspect, nous rappelons l'étrange phénomène de gap élastique sous chargement non-proportionnel dans le cadre d'une formulation incluant une dissipation d'ordre élevée (formulation non-incrémentale). Cette problématique a donc été l'objet d'une étude par le biais de la dynamique des dislocations discrètes. Il a été démontré que les gaps élastiques pourraient être physiquement inacceptables.

Mots clés — plasticité à gradient; effets de taille; chargements non-proportionnels; gaps élastiques; dynamique des dislocations discrètes.

Notation

$\dot{[*]}$: dérivée temporelle de la variable $[*]$; $\nabla[*]$: gradient de $[*]$; $\nabla \cdot [*]$: divergence de $[*]$; $\|[*]\|$: la norme euclidienne de $[*]$; $([*])^+$: la partie positive de $[*]$; $\text{sign}[*]$ le signe de $[*]$.

1 Contexte

Aux petites échelles, plusieurs expériences montrent une dépendance de la réponse d'un matériau métallique à la taille du spécimen étudié [1]. La dynamique moléculaire, la dynamique des dislocations discrètes et les modèles continus sont des outils numériques nécessaires pour aller plus loin dans l'étude des effets de taille sachant que les essais à petites échelles sont très complexes à mettre en place. Concernant les modèles continus, la plasticité classique n'est pas capable de reproduire les effets de taille. Des théories d'ordre ou de degré supérieur incluant des longueurs internes ont donc vu le jour. Parmi ces modèles, la plasticité à gradient présente des caractéristiques très intéressantes [2] à l'instar de la modélisation de l'augmentation de la limite d'élasticité avec la diminution de la taille du domaine d'étude. Toutefois, un manque de maturité sur ces modèles ralentit leur utilisation pour des applications industrielles. En effet, des observations numériques inattendues comme les gaps élastiques ont été révélées avec la plupart des modèles les plus utilisés dans la littérature [3]. Cette problématique sera étudiée pour la première fois par la méthode de la dynamique des dislocations discrètes.

Cette contribution présente donc un modèle de plasticité à gradient (cristalline) avec des problématiques qui sont liées à ce type de modèle. Une solution analytique est notamment développée afin de montrer la possibilité de modélisation de l'augmentation apparente de la limite d'élasticité. Ensuite, l'interrogation sur les gaps élastiques est abordée avec la dynamique des dislocations discrètes.

2 Modèle de plasticité à gradient

Le modèle de plasticité à gradient rappelé dans cette section est un modèle non-incrémental basé sur la décomposition classique en parallèle de la contrainte d'ordre élevé en partie énergétique et dissipative (modèle de type Gurtin) [5, 6]. S'agissant d'un modèle continu généralisé, les variables de glissement plastique γ sont utilisées comme degrés de liberté, en plus des variables classiques de déplacement \mathbf{u} .

2.1 Formulation

Ce modèle est écrit dans le cadre des petites déformations. Pour un domaine \mathcal{V} non soumis à des forces de volume, les puissances interne et externe s'écrivent :

$$\begin{cases} \mathcal{P}_{int} = \int_{\mathcal{V}} \boldsymbol{\sigma} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_e \, dv + \sum_{k=1}^q \int_{\mathcal{V}} \pi^k \dot{\gamma}^k \, dv + \sum_{k=1}^q \int_{\mathcal{V}} \boldsymbol{\xi}^k \cdot \nabla \dot{\gamma}^k \, dv \\ \mathcal{P}_{ext} = \int_{\partial \mathcal{V}} \mathbf{t} \cdot \dot{\mathbf{u}} \, ds + \sum_{k=1}^q \int_{\partial \mathcal{V}} \boldsymbol{\chi}^k \dot{\gamma}^k \, ds \end{cases} \quad (1)$$

avec $\boldsymbol{\sigma}$ le tenseur de contrainte de Cauchy, $\boldsymbol{\varepsilon}_e$ la partie élastique du tenseur de déformation, q le nombre de systèmes de glissement, $\dot{\gamma}^k$ le glissement plastique sur le système k , π^k la contrainte microscopique de premier ordre, $\boldsymbol{\xi}^k$ le vecteur contrainte microscopique d'ordre élevé, \mathbf{t} le vecteur force macroscopique de traction agissant sur la surface $\partial \mathcal{V}$, $\boldsymbol{\chi}^k$ les forces microscopiques de traction. L'application du principe des puissances virtuelles permet d'obtenir les équations d'équilibre macroscopique et microscopique dans \mathcal{V} :

$$\nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} = 0 \quad ; \quad \boldsymbol{\tau}^k + \nabla \cdot \boldsymbol{\xi}^k - \pi^k = 0 \quad (2)$$

où $\boldsymbol{\tau}^k = \boldsymbol{\sigma} : (\mathbf{s}^k \otimes \mathbf{m}^k)$ avec \mathbf{s}^k les directions de glissement et \mathbf{m}^k les normales aux plans de glissement (le symbole \otimes représente le produit dyadique). Les conditions aux limites sur $\partial \mathcal{V}$ sont données par :

$$\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n} = \mathbf{t} \quad ; \quad \boldsymbol{\xi}^k \cdot \mathbf{n} = \boldsymbol{\chi}^k \quad (3)$$

où \mathbf{n} est la normale sortante de la surface $\partial \mathcal{V}$.

En considérant le potentiel d'énergie de Helmholtz $\Psi = \Psi(\boldsymbol{\varepsilon}_e, \boldsymbol{\gamma}^k, \nabla \boldsymbol{\gamma}^k)$, l'inégalité locale de Clausius-Duhem s'écrit :

$$d = \left(\boldsymbol{\sigma} - \frac{\partial \Psi}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}_e} \right) : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_e + \sum_{k=1}^q \left(\pi^k - \frac{\partial \Psi}{\partial \dot{\gamma}^k} \right) \dot{\gamma}^k + \sum_{k=1}^q \left(\boldsymbol{\xi}^k - \frac{\partial \Psi}{\partial \nabla \dot{\gamma}^k} \right) \cdot \nabla \dot{\gamma}^k \geq 0 \quad (4)$$

L'aspect non-quadratique du modèle porte sur l'utilisation d'une puissance $1 \leq n \leq 2$ dans l'expression de Ψ qui s'exprime comme la somme entre une énergie élastique Ψ_e et une énergie de défaut Ψ_p :

$$\Psi = \Psi_e + \Psi_p = \frac{1}{2} \boldsymbol{\varepsilon}_e : \mathbb{C} : \boldsymbol{\varepsilon}_e + \frac{1}{n} X_0 l_{en}^m \sum_{k=1}^q \left(|\mathbf{s}^k \cdot \nabla \boldsymbol{\gamma}^k|^n + |\mathbf{l}^k \cdot \nabla \boldsymbol{\gamma}^k|^n \right) \quad (5)$$

avec \mathbb{C} le tenseur d'élasticité, X_0 une constante représentant la résistance énergétique à l'écoulement, l_{en} une longueur interne énergétique, n la puissance de l'énergie de défaut et $\mathbf{l}^k = \mathbf{m}^k \times \mathbf{s}^k$.

La contrainte macroscopique étant considérée énergétique, on déduit de (4) et (5) que :

$$\boldsymbol{\sigma} = \frac{\partial \Psi}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}_e} = \mathbb{C} : \boldsymbol{\varepsilon}_e \quad (6)$$

En ce qui concerne les contraintes de premier ordre et d'ordre élevé, elles sont décomposées en partie énergétique et dissipative telle que $\pi^k = \pi_{en}^k + \pi_{dis}^k$ et $\boldsymbol{\xi}^k = \boldsymbol{\xi}_{en}^k + \boldsymbol{\xi}_{dis}^k$ avec :

$$\pi_{en}^k = \frac{\partial \Psi}{\partial \dot{\gamma}^k} = 0 \quad ; \quad \boldsymbol{\xi}_{en}^k = \frac{\partial \Psi}{\partial \nabla \dot{\gamma}^k} = X_0 l_{en}^m \left(|\mathbf{s}^k \cdot \nabla \boldsymbol{\gamma}^k|^{n-2} \mathbf{s}^k \otimes \mathbf{s}^k + |\mathbf{l}^k \cdot \nabla \boldsymbol{\gamma}^k|^{n-2} \mathbf{l}^k \otimes \mathbf{l}^k \right) \cdot \nabla \dot{\gamma}^k \quad (7)$$

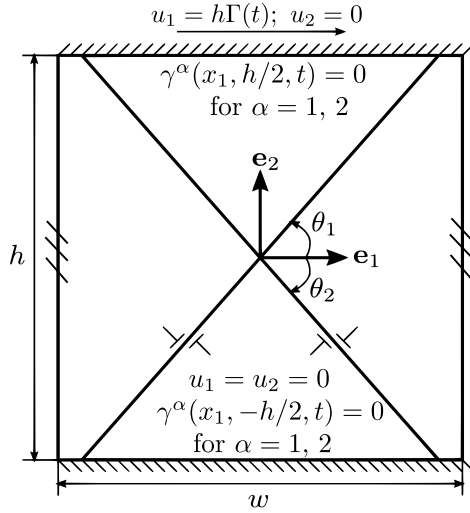
On en déduit la dissipation résiduelle :

$$d = \sum_{k=1}^q \pi_{dis}^k \dot{\gamma}^k + \sum_{k=1}^q \boldsymbol{\xi}_{dis}^k \cdot \nabla \dot{\gamma}^k \geq 0 \quad (8)$$

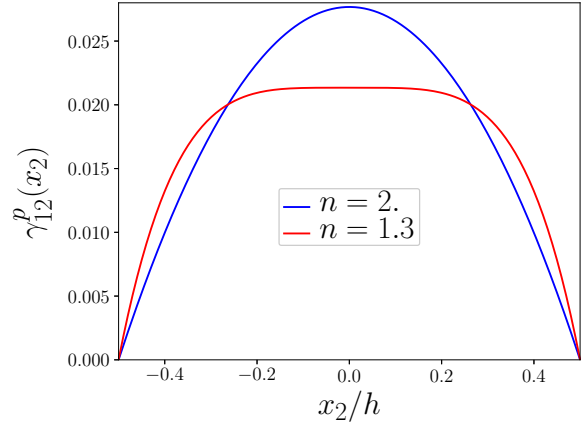
Pour garantir (8), les lois d'écoulement et d'évolution suivantes sont utilisées :

$$\begin{cases} \pi_{dis}^k = S_{\pi}^k \left(\frac{\dot{\gamma}^k}{\dot{\gamma}_0^k} \right)^m \frac{\dot{\gamma}^k}{\dot{\gamma}_0^k} \quad , \quad \dot{\gamma}_0^k = |\dot{\gamma}^k| \\ \boldsymbol{\xi}_{dis}^k = S_{\xi}^k l_{dis}^2 \left(\frac{\dot{\gamma}^k}{\dot{\gamma}_0^k} \right)^m \frac{\nabla \mathbf{k} \dot{\gamma}^k}{\dot{\gamma}_0^k} \quad , \quad \nabla \mathbf{k} \dot{\gamma}^k = (\mathbf{s}^k \cdot \nabla \dot{\gamma}^k) \mathbf{s}^k + (\mathbf{l}^k \cdot \nabla \dot{\gamma}^k) \mathbf{l}^k \quad , \quad \dot{\gamma}_0^k = l_{dis} \|\nabla \mathbf{k} \dot{\gamma}^k\| \end{cases} \quad (9)$$

avec l_{dis} une longueur interne dissipative, S_{π}^k et S_{ξ}^k les résistances dissipatives respectivement de premier ordre et d'ordre supérieur, m le paramètre de sensibilité à la vitesse de chargement et $\dot{\gamma}_0^k$ la vitesse référence de glissement plastique. Ce modèle est catégorisé comme non-incremental [3, 6].



(a) Schématisation du problème.



(b) Profil de la déformation plastique $\gamma_{12}^p = 2\varepsilon_{12}^p$.

FIGURE 1 – Cisaillement en 2D.

2.2 Un avantage des potentiels non-quadratiques

Afin de mettre en évidence une conséquence de la forme non-quadratique de ψ , un problème de cisaillement simple comme décrit à la Figure 1a est traité en considérant deux systèmes de glissement symétriques par rapport à la direction \mathbf{e}_1 , c'est-à-dire $\theta_1 = -\theta_2 = \theta$. Ce problème est résolu de façon purement énergétique ($X_0 \neq 0$, $l_{\text{en}} \neq 0$, $l_{\text{dis}} = 0$, $S_{\pi}^k = S_{\pi 0}$ où $S_{\pi 0}$ est la résistance initiale dissipative de premier ordre) avec une formulation indépendante du temps ($m \rightarrow 0$).

A cet effet, dans le régime plastique, les équations d'équilibre (2) entraînent l'équation couplée suivante :

$$\tau + X_0 l_{\text{en}}^n |\sin\theta|^n (|\gamma_{,2}|^{n-2} \gamma_{,2})_{,2} - \pi_0 = 0 \quad (10)$$

avec $\tau = \sigma_{12} \cos 2\theta$, $\pi_0 = \text{sign}(\cos 2\theta) S_{\pi 0}$, $\cos 2\theta \neq 0$ et $\sin\theta \neq 0$. Par une intégration cette dernière équation différentielle se transforme en :

$$|\gamma_{,2}|^{n-2} \gamma_{,2} = -A_{n\theta} x_2 + c_1 \quad ; \quad A_{n\theta} = \frac{\tau - \pi_0}{X_0 l_{\text{en}}^n |\sin\theta|^n} \quad ; \quad c_1 = \text{constante d'intégration} \quad (11)$$

Avec les conditions aux limites $\gamma(h/2) = \gamma(-h/2) = 0$, la solution de (11) pour $n \neq 1$ est :

$$\gamma(x_2) = \frac{n-1}{n} A_{n\theta} |A_{n\theta}|^{\frac{2-n}{n-1}} \left[(h/2)^{\frac{n}{n-1}} - |x_2|^{\frac{n}{n-1}} \right] \quad (12)$$

Le cas limite $n = 1$ est traité dans [7]. Le profil de déformation $\gamma_{12}^p = 2\varepsilon_{12}^p = 2\gamma(x_2) \cos 2\theta$ est tracé dans la Figure 1b pour deux exemples de puissances $n = 2$ (quadratique) et $n = 1.3$ (non-quadratique). Il est remarquable que l'on passe d'un profil parabolique avec $n = 2$ à un profil avec une zone centrale en plateau avec $n = 1.3$. Ce dernier profil se rapproche des résultats de la dynamique des dislocations discrètes [8].

Il s'ensuit que la déformation plastique moyenne s'écrit :

$$\bar{\varepsilon}_{12}^p = \frac{\cos 2\theta}{h} \int_{-h/2}^{h/2} \gamma(x_2) dx_2 = \cos 2\theta \frac{n-1}{(2n-1)} A_{n\theta} |A_{n\theta}|^{\frac{2-n}{n-1}} \left(\frac{h}{2} \right)^{\frac{n}{n-1}} \quad (13)$$

On déduit donc la contrainte totale sous la forme :

$$\sigma_{12} = 2\mu(\varepsilon_{12} - \bar{\varepsilon}_{12}^p) = \frac{S_{\pi 0}}{|\cos 2\theta|} + X_0 \left(\frac{2n-1}{n-1} \right)^{n-1} \left| \frac{2\sin\theta}{\cos 2\theta} \right|^n \left(\frac{l_{\text{en}}}{h} \right)^n (\bar{\varepsilon}_{12}^p)^{n-1} = \sigma_0 + H_{n\theta} (\bar{\varepsilon}_{12}^p)^{n-1} \quad (14)$$

Les réponses globales σ_{12} en fonction de la déformation $\Gamma = \frac{u_1}{h} = 2\varepsilon_{12}$ pour les cas $n = 2$ et $n = 1.3$ sont reportées à la Figure 2 pour différentes tailles h . Un effet de taille est visible dans les deux cas. En

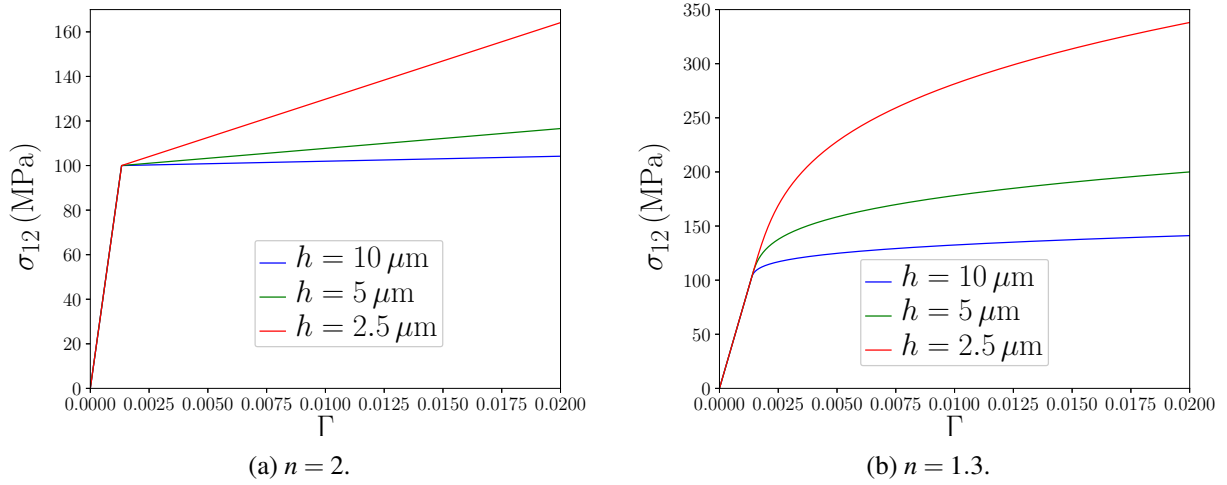


FIGURE 2 – Effet de taille en fonction de la puissance n .

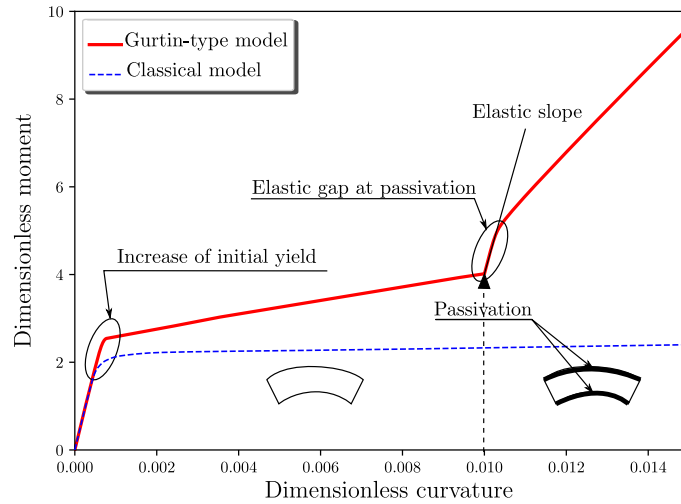


FIGURE 3 – Illustration du phénomène de gap élastique en flexion-passivation.

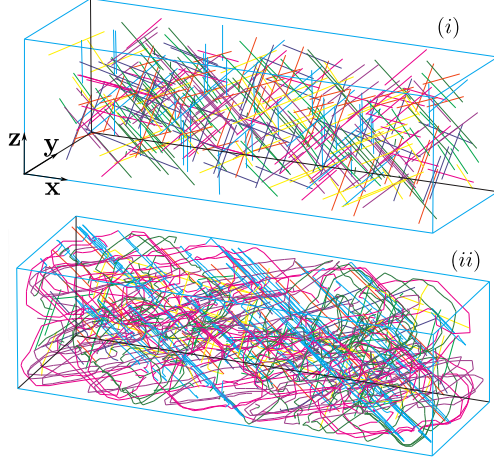
effet, l'écroutissage augmente avec une diminution de la taille de la bande cisailée. En revanche, la limite d'élasticité apparente ne varie pas avec $n = 2$ contrairement au cas $n = 1.3$ où une augmentation claire est obtenue. On démontre avec ce résultat que l'utilisation d'un potentiel non-quadratique donne lieu à une augmentation de la limite d'élasticité apparente. Il s'agit en clair d'un phénomène de micro-plasticité avec une forte pente se produisant aux alentours de la limite d'élasticité. D'autres interprétations peuvent être faites sur l'augmentation de la limite d'élasticité notamment avec le cas $n = 1$ [7] où un saut de contrainte donne lieu à cette augmentation. L'utilisation de la dissipation d'ordre élevé telle que décrite dans la section 2.1 [6] conduit aussi à une augmentation mais cela se fait par un retard complet de la plasticité.

2.3 Problématique des gaps élastiques

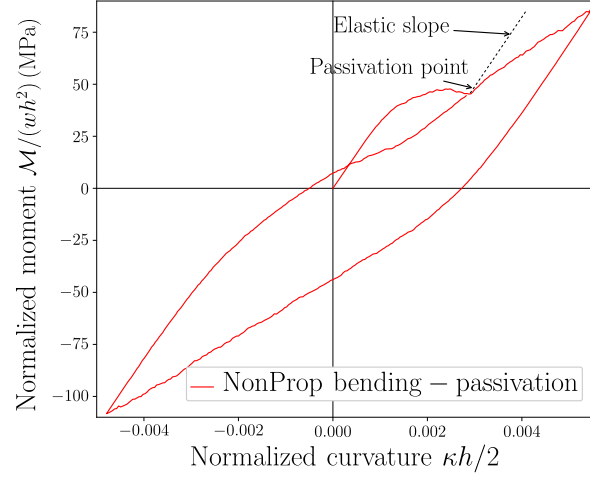
L'utilisation de la dissipation d'ordre supérieur dans les modèles de type Gurtin produit, sous des chargements non-proportionnels, des effets inattendus tels que les gaps élastiques [3]. Il s'agit de l'interruption complète de la plasticité suite à un changement infinitésimal des conditions aux limites. Fleck et al. [3] ont mis en évidence cet effet à l'aide d'un spécimen 2D soumis à un chargement de traction-passivation. En effet, l'échantillon possédant au départ des bords libres (possibilité pour les dislocations de s'échapper du domaine) est sollicité en traction jusqu'à un certain niveau de déformation plastique à l'instant t . À cet instant, une condition de passivation (les dislocations sont désormais retenues dans le domaine) est introduite et le chargement de traction est poursuivi. Cela donne lieu à une surprenante interruption globale de la plasticité jusqu'à une nouvelle "limite d'élasticité". Sachant qu'aucune preuve expérimentale de ce phénomène n'existe à ce jour, Jebahi et al. [6] ont montré qu'avec la for-

TABLE 1 – Propriétés du matériau : Nickel [4, 9].

| Module de cisaillement μ (MPa) | Coefficient de Poisson ν | Norme du vecteur de Burgers b (Å) | Contrainte de friction τ_{Peierls} (MPa) | Volume d'activation V_{act} (Å ³) | Cission résolue en début de stade III τ_{III} (MPa) | Coefficient de frottement visqueux B (Pa.s) |
|------------------------------------|------------------------------|-------------------------------------|--|--|---|---|
| 75200 | 0.376 | 2.489 | 37.6 | $20b^3$ | 77 | 1.1×10^{-5} |



(a) Exemples de configuration initiale (i) et de configuration au cours du chargement (ii) en DDD.



(b) Investigation du gap élastique.

FIGURE 4 – Étude de la flexion-passivation avec la DDD.

mulation de la dissipation présentée dans la section 2.1, il est possible de supprimer le gap élastique pour un chargement de traction-passivation. Par contre ce gap demeure dans le cas d'un chargement de flexion-passivation, c'est-à-dire pour un chargement où un gradient de déformation est présent bien avant l'introduction de la non-proportionnalité. Cela est illustré par la Figure 3 où la pente après passivation est la même que la pente élastique. Afin de clarifier ce phénomène contestable des gaps élastiques, nous avons employé la dynamique des dislocations discrètes (DDD) sur le problème de flexion-passivation. La section suivante résume cette étude.

3 Investigation des gaps élastiques avec la dynamique des dislocations

La question des gaps élastiques est traitée par la dynamique des dislocations discrètes. Il s'agit d'une méthode d'étude de la plasticité basée sur le mouvement des dislocations plongées dans une matrice élastique. Notre étude est réalisée sur un cristal avec une structure cubique à face centrée avec le code TRIDIS [4]. Comme la majorité des codes, TRIDIS est construit suivant quelques règles très efficaces, et qui sont rappelés comme suit :

- Discrétisation des lignes de dislocations : le choix est porté sur la représentation d'une ligne de dislocation par une succession de segments vis et coin, facilement identifiables sur le tétraèdre de Thompson.
- Contraintes sur les segments : une contrainte effective τ_{eff} opère sur un segment de dislocation donné. τ_{eff} est exprimée par :

$$\begin{cases} \tau_{\text{eff}} = \left(|\tau^*| - \tau_{\text{Peierls}} \right)^+ \text{sign}(\tau^*) \\ \tau^* = \left[\left(\frac{1}{b} [\hat{\sigma} + \tilde{\sigma}] \mathbf{b} \right) \times \mathbf{l} \right] \cdot \mathbf{g} + \tau_{\text{lt}} \end{cases} \quad (15)$$

avec $\hat{\sigma}$ et $\tilde{\sigma}$ respectivement les tenseurs de contraintes appliquées et internes engendrées par la population de dislocations autour, \mathbf{b} , \mathbf{l} et \mathbf{g} respectivement les vecteurs de Burgers, de ligne et

de glissement, b la norme du vecteur de Burgers, τ_{lt} la tension de ligne rendant compte de la courbure locale de la ligne de dislocation et τ_{Peierls} la friction du réseau.

- Mobilité des segments : sous l'effet de la contrainte effective, le segment se déplace perpendiculairement à sa direction de ligne avec une vitesse v :

$$v = \frac{\tau_{\text{eff}}}{B} b \quad (16)$$

où B est le coefficient de frottement visqueux.

- Règles locales : pendant le mouvement des segments, il est nécessaire de définir des relations avec les autres dislocations. Il est donc possible de créer des jonctions, des annihilations, de produire des glissements déviés. Ce dernier phénomène est réalisée pour les dislocations vis au travers de la loi probabiliste :

$$P = \beta \frac{l}{l_0} \frac{\Delta t}{t_0} \exp\left(\frac{\tau_{\text{dev}} - \tau_{\text{III}}}{k_b T} V_{\text{act}}\right) \quad (17)$$

avec β le facteur de normalisation, τ_{dev} la contrainte sur le plan secondaire, τ_{III} la cission résolue en début de stade III, V_{act} le volume d'activation, l_0 la longueur de référence, t_0 le temps de référence, l la longueur du segment, Δt l'incrément de temps, k_b la constante de Boltzmann et T la température d'étude.

- Déformation plastique : à chaque pas de temps, suite à la surface balayée par les dislocations, l'incrément du tenseur de déformation plastique ε_p est calculé :

$$d\varepsilon_{ij}^p = \sum_{s=1}^N \frac{d\gamma^s}{2} (n_i^s b_j^s + n_j^s b_i^s) \quad (18)$$

avec $d\gamma^s = b \frac{dx}{V}$ où V est le volume du domaine étudié, dx la distance parcouru par le segment, N le nombre de système de glissement et \mathbf{n} le vecteur normal au plan de glissement.

Le problème de flexion-passivation, engendra le gap élastique, est traité par la DDD en partant d'une configuration initiale similaire à celle de la Figure 4a(i). Des lignes de dislocations sont introduites aléatoirement dans une poutre de hauteur h et de largeur w . Les propriétés du matériau sont récapitulés dans le tableau 1. Au cours du chargement, les dislocations bougent et forment une structure complexe dont un exemple est donné à la Figure 4a(ii). La figure 4b présente le moment \mathcal{M} normalisé en fonction de la courbure κ normalisée. A l'instant de la passivation, on remarque que la pente d'écrouissage change mais elle est différente de la pente élastique. Une étude plus étendue [4] permet d'affirmer que la DDD ne montre aucun signe de gap élastique. Cela diffère du résultat des modèles de type Gurtin tel que décrit à la Figure 3.

4 Conclusions et perspectives

Un modèle de plasticité à gradient (cristalline) est présenté dans un cadre thermodynamique cohérent. Il a été montré avec une solution analytique que l'usage d'une énergie de défaut non-quadratique conduit à l'augmentation de la limite d'élasticité apparente avec la diminution de la taille du spécimen. Cela rejoint les résultats expérimentaux sur l'augmentation de la limite élastique. Les modèles de plasticité à gradient constituent un réel atout dans la modélisation des effets de taille. Toutefois, certaines problématiques particulières se révèlent dans l'emploi de la dissipation dans ces modèles. En effet, avec les théories de type Gurtin (non-incrementales), des gaps élastiques émergent avec des chargements non-proportionnels. Afin d'investiguer ce phénomène qui divise la communauté de la plasticité à gradient, la dynamique des dislocations discrètes est employée. Il a donc été montré par ce biais qu'en utilisant les connaissances actuelles de la physique des matériaux, il n'y a pas d'arguments en faveur des gaps élastiques. Il s'agirait donc d'un phénomène non réel.

Sur la base des résultats de la dynamique des dislocations discrètes, des améliorations des modèles de plasticité à gradient sont entreprises (voir par exemple [2]). Il est toutefois nécessaire de consolider ces résultats avec des travaux expérimentaux. A cet effet, notre équipe [10] travaille actuellement sur des essais novateurs à petites échelles afin de réaliser des chargements non-proportionnels de type traction-passivation, flexion-passivation et traction-flexion.

Références

- [1] Y. Xie, J. Lei, F. Hua, J. Hu, D. Liu, and Y. He, *Size and passivation effects in the torsion of thin metallic wires*, Acta Mechanica Sinica, 39(2), 2023.
- [2] M. Jebahi, S. Forest, *An alternative way to describe thermodynamically-consistent higher-order dissipation within strain gradient plasticity*, Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 170, 2023.
- [3] N. A. Fleck, J. W. Hutchinson, J. Willis, *Strain gradient plasticity under non-proportional loading*, Proceedings of the Royal Society A : Mathematical, Physical and Engineering Sciences, 470, 2170, 20140267, 2014.
- [4] Y. A. Amouzou-Adoun, M. Jebahi, M. Fivel, S. Forest, J. S. Lecomte, C. Schuman, F. Abed-Meraim, *On elastic gaps in strain gradient plasticity : 3D discrete dislocation dynamics investigation*, Acta Materialia, 252, 2023.
- [5] M. E. Gurtin, L. Anand, and S. P. Lele, *Gradient single-crystal plasticity with free energy dependent on dislocation densities*, Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 55 :1853–1878, 2007.
- [6] M. Jebahi, L. Cai, and F. Abed-Meraim, *Strain gradient crystal plasticity model based on generalized non-quadratic defect energy and uncoupled dissipation*, International Journal of Plasticity, 126 :102617, 2020.
- [7] S. Wulfinghoff, S. Forest, T. Böhlke, *Strain gradient plasticity modeling of the cyclic behavior of laminate microstructures*, Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 79, 1-20 2015.
- [8] S. Yefimov, E. Van der Giessen, *Multiple slip in a strain-gradient plasticity model motivated by a statistical-mechanics description of dislocations*, International Journal of Solids and Structures, 42, 11–12, 3375-3394, 2005.
- [9] K. Kang, J. Yin, W. Cai, *Stress dependence of cross slip energy barrier for face-centered cubic nickel*, Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 62, 181-193, 2014.
- [10] Site du projet ANR-SGP-GAPS : <https://www.sgpgaps.fr/>