

Modélisation thermo-viscoplastique cohérente basée sur les essais

P. Longère¹

¹ICA, Université de Toulouse, ISAE-SUPAERO, INSA-T, UPS, IMT Mines Albi, CNRS, France, {patrice.longere}@isae.fr

Résumé — Un modèle constitutif thermo-viscoplastique est développé dans le cadre de la thermodynamique des processus irréversibles en considérant des variables d'état et des forces motrices différentes de celles habituellement considérées. L'approche basée sur l'expérience et motivée par la physique proposée permet de déduire l'auto-échauffement dépendant du trajet de chargement de manière cohérente à partir du modèle constitutif, i.e. sans avoir besoin de considérer un coefficient de Taylor-Quinney arbitraire.

Mots clefs — Thermodynamique des processus irréversibles, Auto-échauffement plastique, Couplage thermomécanique, Energie stockée inélastique.

1. Introduction

Dans la mise en forme et l'usinage des métaux à grande vitesse, la vitesse de déformation est (au moins localement) si élevée que les transferts thermiques ne peuvent pas s'opérer et les conditions sont quasi-adiabatiques. En conséquence, l'auto-échauffement induit par la dissipation plastique provoque un adoucissement thermique qui peut devenir prédominant devant l'écroutissage plastique et entraîner une localisation de la déformation et une rupture précoce. Cette dernière est indésirable pour le formage du métal alors qu'elle est bénéfique dans l'usinage à grande vitesse. Afin d'optimiser le processus à grande vitesse (p. ex., formage de métaux par explosif, usinage à grande vitesse), une estimation aussi précise que possible de l'auto-échauffement est donc nécessaire, voir par ex. [1].

Dans les simulations numériques impliquant des processus à grande vitesse, l'auto-échauffement est généralement estimé en supposant une proportion arbitraire, souvent constante, de la puissance plastique convertie en chaleur, appelée coefficient de Taylor-Quinney (en référence à [2]) ou fraction de chaleur inélastique, voir par ex. [3]. Cependant, il a été démontré expérimentalement que cette quantité dépend du trajet de chargement, voir [4]. Les nombreuses tentatives théoriques dans le cadre de la thermodynamique des processus irréversibles de reproduire la dépendance de la fraction de chaleur inélastique à la déformation, à la vitesse de déformation et à la température sont limitées par la connaissance imparfaite des mécanismes dissipatifs vs stockés, voir [5-7]. En particulier, lorsque l'on considère comme habituellement la sur-contrainte induite par l'écroutissage isotrope et la déformation plastique cumulée comme des variables conjuguées, l'énergie stockée inélastique tend vers l'infini lorsque la déformation plastique cumulée tend vers l'infini, voir [8], ce qui est clairement non réaliste. Par conséquent, il est nécessaire de définir d'autres variables conjuguées associées à l'écroutissage.

Dans le présent travail, une série d'essais à vitesse de déformation élevée a été réalisée en mesurant simultanément la déformation, la contrainte et l'échauffement. Ces mesures ont permis d'estimer la fraction de chaleur inélastique et l'accroissement d'énergie stockée inélastique. Un modèle constitutif thermo-viscoplastique motivé par la physique a ensuite été développé dans le cadre de la thermodynamique des processus irréversibles en considérant des variables d'état et des forces motrices différentes de celles habituellement considérées. L'approche basée sur l'expérience et motivée par la physique proposée permet de dériver l'auto-échauffement dépendant du trajet de charge de manière cohérente à partir du modèle constitutif, i.e. sans avoir besoin de considérer une fraction de chaleur inélastique arbitraire.

La procédure expérimentale et les résultats sont présentés dans la section 1. Le modèle constitutif est détaillé dans la section 2. Les remarques finales sont tirées à la fin du manuscrit.

2. Résultats expérimentaux

Après quelques considérations préliminaires utiles au post-traitement des essais, les résultats expérimentaux sont présentés.

2.1. Considérations préliminaires

La proportion de puissance plastique convertie en chaleur, généralement appelée coefficient de Taylor-Quinney ou fraction de chaleur inélastique, désignée ici β_{TQ} , est donnée dans des conditions adiabatiques par

$$\rho C \dot{T} = D = \beta_{TQ} \dot{W}^p \quad (1)$$

où ρ et C représentent la masse volumique et la chaleur spécifique du matériau, D le taux de dissipation mécanique, et \dot{W}^p la puissance plastique en plasticité classique (isochore, isotrope, associée) tel que

$$\dot{W}^p = \underline{\underline{\sigma}} : \underline{\underline{d}}^p = \sigma_{eq} \dot{\kappa} \quad (2)$$

Dans (2), $\underline{\underline{\sigma}}$ et $\underline{\underline{d}}^p$ représentent les tenseurs des contraintes de Cauchy et du taux de déformation plastique eulérien. De même, σ_{eq} représente la contrainte équivalente, $\sigma_{eq} = \sqrt{\frac{3}{2} \underline{\underline{s}} : \underline{\underline{s}}}$; $\underline{\underline{s}} = \underline{\underline{\sigma}} - \frac{\text{Tr} \underline{\underline{\sigma}}}{3} \underline{\underline{I}}$, et κ la déformation plastique cumulée, $\dot{\kappa} = \sqrt{\frac{2}{3} \underline{\underline{d}}^p : \underline{\underline{d}}^p}$; $\kappa = \int \dot{\kappa} dt$.

Le taux de dissipation mécanique D est la différence entre la puissance de déformation \dot{W} et le taux d'énergie stockée \dot{W}^s . La puissance de déformation peut être décomposée additivement en une contribution élastique \dot{W}^e et une contribution plastique \dot{W}^p . De la même manière, le taux d'énergie stockée \dot{W}^s peut être décomposé additivement en une contribution élastique \dot{W}^e et une contribution inélastique \dot{E}_s . Cela donne dans des conditions adiabatiques

$$D = \dot{W} - \dot{W}^s = \dot{W}^p - \dot{E}_s \geq 0 \quad (3)$$

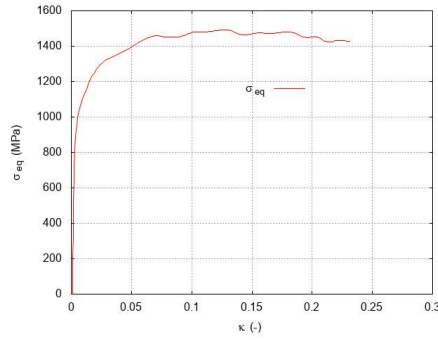
En combinant (1-3), on a

$$\dot{E}_s = (1 - \beta_{TQ}) \dot{W}^p ; E_s = E_0 + \Delta E_s ; \Delta E_s = \int (1 - \beta_{TQ}) \dot{W}^p dt \quad (4)$$

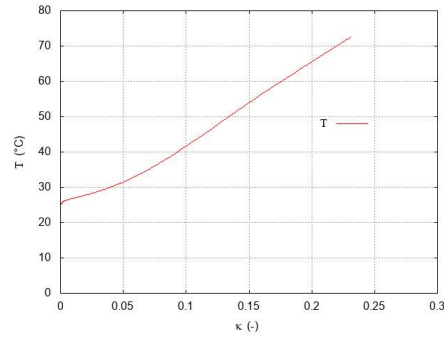
2.2. Résultats expérimentaux

Les essais consistent à mesurer simultanément la déformation, la contrainte et l'auto-échauffement d'un échantillon en acier à haute résistance soumis à un chargement de compression à grande vitesse de déformation au moyen d'un dispositif d'essai dynamique par barres de Hopkinson. A cet effet, une caméra infrarouge ultra-rapide Telops M3k est utilisée (détecteur InSb) avec une résolution spatiale 64x4 pixel² et une cadence de 100 kHz.

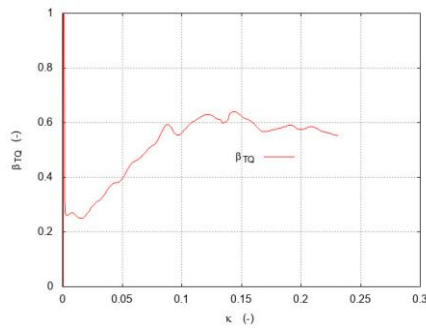
Les quantités d'intérêt sont tracées sur les graphes de la Figure 1.



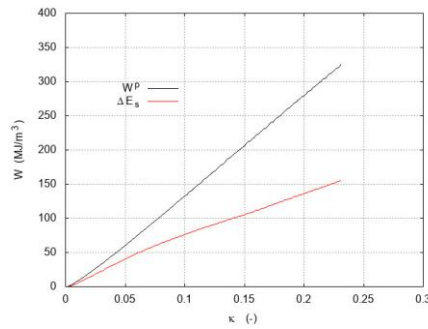
a) Contrainte équivalente vs déformation plastique cumulée



b) Température vs déformation plastique cumulée



c) Fraction de chaleur inélastique (coefficient de Taylor-Quinney) vs déformation plastique cumulée



d) Travail de déformation plastique et accroissement d'énergie stockée inélastique vs déformation plastique cumulée

Figure 1. Evolution des quantités d'intérêt au cours de la déformation. Acier dur 40CrMnMo8

D'après les courbes de la Figure 1 et une série complémentaire de tests à basses vitesses de déformation (non représentés ici), on a

$$\begin{cases} R(\kappa) = \sigma_0 + \sigma_H(\kappa) ; \sigma_H(\kappa) = \sigma_\infty [1 - \exp(-a\kappa)] \\ \sigma_V(\dot{\kappa}) = Y\dot{\kappa}^{1/n} \end{cases} \quad (5)$$

où σ_0 et $R(\kappa)$ représentent les tailles initiale et courante du domaine d'élasticité, $\sigma_H(\kappa)$ la surcontrainte dû à l'écroutissage isotrope, et $\sigma_V(\dot{\kappa})$ la contrainte visqueuse. a , Y et n sont des constantes. De même, selon la Figure 1d, l'évolution de ΔE_s par rapport à κ peut être approchée par

$$\Delta E_s(\kappa) = \Delta E_\infty [1 - \exp(-p\kappa)] \quad (6)$$

où ΔE_∞ et p sont des constantes. Les constantes matériau sont indiquées dans le tableau 1. Il convient de noter que p en (6) est beaucoup plus bas que a en (5), ce qui signifie que l'accroissement d'énergie stockée inélastique continue à se développer à grande déformation alors que la contrainte due à l'écroutissage isotrope a déjà atteint sa valeur à saturation. Les constantes matériau sont indiquées dans le Tableau 1.

3. Modélisation

Après une mise en évidence des limites de l'approche classique, la nouvelle approche basée sur

l'expérience et motivée par la physique est décrite.

Table 1. Constantes matériau

σ_0 (MPa)	σ_∞ (MPa)	a	Y (MPa.s ^{1/n})	n	ΔE_∞ (MJ/m ³)	p
950	348	18	92.1	7.54	375	2.24
$\hat{\sigma}$ (MPa)	k_B / G_0 (K ⁻¹)	$\dot{\kappa}_0$ (s ⁻¹)	w	q	ρ (g.m ⁻³)	C (J.kg ⁻¹ .K ⁻¹)
300	1.1x10 ⁻⁴	5x10 ³	1/2	3/2	7850	470

3.1. Approche classique

Dans l'approche classique par variables internes, on attribue à la déformation plastique cumulée κ le rôle supplémentaire de variable d'écroutissage isotrope.

3.1.1. Cadre thermodynamique

En plasticité classique (isochore, isotrope, associée) indépendante de la température et dépendante du temps, l'énergie libre massique de Helmholtz ψ et la surface de charge f s'écrivent

$$\begin{cases} \rho\psi(\underline{\underline{\varepsilon}}^e, \kappa) = W^s(\underline{\underline{\varepsilon}}^e, \kappa) = W^e(\underline{\underline{\varepsilon}}^e) + E_s(\kappa) \\ f(\underline{\underline{\sigma}}, R) = \sigma_{eq}(\underline{\underline{\sigma}}) - R(\kappa) = \sigma_v(\dot{\kappa}) \geq 0 \end{cases}; W^e(\underline{\underline{\varepsilon}}^e) = \frac{1}{2} \underline{\underline{\varepsilon}}^e : \underline{\underline{C}} : \underline{\underline{\varepsilon}}^e \quad (7)$$

où $\underline{\underline{C}}$ représente le tenseur de rigidité élastique du 4^{ème} ordre.

Les lois d'état dérivent de l'énergie libre :

$$\underline{\underline{\sigma}} = \rho \frac{\partial \psi}{\partial \underline{\underline{\varepsilon}}^e} = \underline{\underline{C}} : \underline{\underline{\varepsilon}}^e; \sigma_H = \rho \frac{\partial \psi}{\partial \kappa} = E'_s(\kappa) \quad (8)$$

Le taux de dissipation mécanique s'écrit alors

$$D = \dot{W}^p - \dot{E}_s = (\sigma_{eq} - \sigma_H) \dot{\kappa} = (\sigma_0 + \sigma_v) \dot{\kappa} \geq 0 \quad (9)$$

Il faut noter que si R est considéré comme force motrice associée à κ , alors le taux de dissipation mécanique se réduit à $D = \sigma_v \dot{\kappa} \geq 0$.

3.1.2. Energie stockée inélastique

D'après (8), il suffit d'intégrer σ_H par rapport à κ pour obtenir l'expression de $E_s(\kappa)$:

$$E_s(\kappa) = \int \sigma_H d\kappa = E_0 + \sigma_\infty \left[\kappa + \frac{1}{a} \exp(-a\kappa) \right] \quad (10)$$

D'après (10), l'énergie stockée inélastique E_s tend vers ∞ quand la déformation plastique cumulée κ tend vers ∞ , ce qui est clairement en contradiction avec les résultats expérimentaux, voir (6). Ce point a été mis en évidence il y a longtemps par [8].

3.1.3. Fraction de chaleur inélastique

En combinant (1-2), (7) et (9), on obtient

$$\beta_{TQ} = 1 - \frac{\dot{E}_s}{\dot{W}^p} = 1 - \frac{1}{1 + \frac{\sigma_0 + \sigma_v}{\sigma_H}} \quad (11)$$

D'après (11), la fraction de chaleur inélastique β_{TQ} est égale à 1 quand la déformation plastique cumulée κ est égale à 0 et tend vers une valeur finie quand la déformation plastique cumulée κ tend vers ∞ . Autrement dit, β_{TQ} est une fonction décroissante de κ (à vitesse de déformation plastique cumulée $\dot{\kappa}$ constante), ce qui est clairement en contradiction avec les résultats expérimentaux, voir Figure 1c.

3.1.4. Bilan

L'approche classique par variables internes, dans laquelle la déformation plastique cumulée κ joue le rôle supplémentaire de variable d'écroissage isotrope, ne permet de reproduire ni l'évolution de l'énergie stockée inélastique ni la fraction de chaleur inélastique. Une approche plus cohérente est donc nécessaire.

3.2. Approche proposée

Dans l'approche proposée, la déformation plastique cumulée et la variable d'écroissage isotrope sont distinctes : on conserve la dénomination κ pour la première et on nomme χ la seconde, avec χ une fonction de κ . On veut reproduire la saturation de la force motrice de l'écroissage isotrope R et de l'énergie stockée inélastique E_s , toutes deux fonction de χ , en se plaçant dans cadre de la thermodynamique des processus irréversibles et en s'appuyant sur la physique.

3.2.1. Cadre thermodynamique

Dans les mêmes conditions que 3.1.1, l'énergie libre massique de Helmholtz ψ et la surface de charge f s'écrivent

$$\begin{cases} \rho\psi(\underline{\underline{\varepsilon}}^e, \chi) = W^s(\underline{\underline{\varepsilon}}^e, \chi) = W^e(\underline{\underline{\varepsilon}}^e) + E_s(\chi) \\ f(\underline{\underline{\sigma}}, R) = \sigma_{eq}(\underline{\underline{\sigma}}) - R(\chi) = \sigma_v(\dot{\kappa}) \geq 0 \end{cases} \quad (12)$$

Les lois d'état dérivent de l'énergie libre :

$$\underline{\underline{\sigma}} = \rho \frac{\partial \psi}{\partial \underline{\underline{\varepsilon}}^e} = \underline{\underline{C}} : \underline{\underline{\varepsilon}}^e ; R = \rho \frac{\partial \psi}{\partial \chi} = E'_s(\chi) \quad (13)$$

On postule à présent pour E_s une forme quadratique en χ :

$$E_s(\chi) = \alpha\mu \frac{\chi^2(\kappa)}{2} + \xi(\kappa)\chi(\kappa) \quad (14)$$

D'après (13), la force motrice de l'écroissage isotrope R dérive de E_s :

$$R(\kappa) = \alpha\mu\chi(\kappa) + \xi(\kappa) \quad (15)$$

Les formes (14) et (15) sont basées sur des considérations microstructurales. En effet, si la nouvelle variable d'écroissage isotrope χ est associée à la racine carrée de la densité de dislocation $\bar{\rho}$, i.e. $\chi \sim \sqrt{\bar{\rho}}$, alors les terme de gauche de (14) d'une part et de (15) d'autre part rendent compte de l'accumulation/annihilation des dislocations, avec l'expression habituelle correspondante, $E_s \sim \alpha\mu \frac{\bar{\rho}}{2}$, voir [9], pour l'énergie stockée inélastique, et la contrainte de Taylor, $R \sim \alpha\mu\sqrt{\bar{\rho}}$, voir [10], pour la

force motrice de l'érouissage isotrope. De façon analogue, les termes de droite de (14) d'une part et de (15) d'autre part rendent compte des interactions dislocations/joints de grain, voir [11], avec ξ qui peut s'apparenter à la contrainte de Hall-Petch ou à une contrainte cinématique.

3.2.2. Détermination des variables

L'objectif est d'exprimer $\chi(\kappa)$ et $\xi(\kappa)$ connaissant $R(\kappa)$ et $\Delta E_s(\kappa)$. Pour ce faire, en combinant (14) et (15), on obtient

$$\alpha\mu \frac{\chi^2(\kappa)}{2} - R(\kappa)\chi(\kappa) + E_s(\kappa) = 0; \xi(\kappa) = R(\kappa) - r(\kappa); r(\kappa) = \alpha\mu\chi(\kappa) \quad (16)$$

La solution réaliste de (16) s'écrit

$$\chi(\kappa) = \frac{R(\kappa)}{\alpha\mu} \left[1 - \sqrt{1 - \frac{2\alpha\mu E_s(\kappa)}{R^2(\kappa)}} \right] \quad (17)$$

La positivité de la racine carrée dans (17) est vérifiée tant que $R^2(\kappa) \geq 2\alpha\mu E_s(\kappa)$, et en particulier pour $\sigma_0^2 \geq 2\alpha\mu E_0$, qui constitue une borne supérieure pour E_0 , i.e. $E_{0Max} = \sigma_0^2 / (2\alpha\mu)$. En injectant (5) et (6) dans (17), on obtient

$$\chi(\kappa) = \frac{\sigma_0 + \sigma_\infty [1 - \exp(-a\kappa)]}{\alpha_0\mu_0} \left[1 - \sqrt{1 - \frac{2\alpha_0\mu_0 \{E_0 + \Delta E_\infty [1 - \exp(-\varpi a\kappa)]\}}{\{\sigma_0 + \sigma_\infty [1 - \exp(-a\kappa)]\}^2}} \right] \quad (18)$$

où $\varpi = p/a < 1$, voir Tableau 1. De même

$$\begin{cases} r(\kappa) = \{\sigma_0 + \sigma_\infty [1 - \exp(-a\kappa)]\} \left[1 - \sqrt{1 - \frac{2\alpha_0\mu_0 \{E_0 + \Delta E_\infty [1 - \exp(-\varpi a\kappa)]\}}{\{\sigma_0 + \sigma_\infty [1 - \exp(-a\kappa)]\}^2}} \right] \\ \xi(\kappa) = \{\sigma_0 + \sigma_\infty [1 - \exp(-a\kappa)]\} \sqrt{1 - \frac{2\alpha_0\mu_0 \{E_0 + \Delta E_\infty [1 - \exp(-\varpi a\kappa)]\}}{\{\sigma_0 + \sigma_\infty [1 - \exp(-a\kappa)]\}^2}} \end{cases} \quad (19)$$

Les évolutions de $r(\kappa)$ et $\xi(\kappa)$ dans (19) ne sont pas systématiquement monotones, dépendent fortement des rapports $\sigma_\infty / \Delta E_\infty$ et ϖ , ainsi que des valeurs arbitraires de E_0 et α , et tendent vers des valeurs finies quand κ tend vers l'infini.

3.2.3. Etude paramétrique sur le matériau d'intérêt

Les contraintes $R(\kappa)$, $r(\kappa)$ et $\xi(\kappa)$ pour différentes valeurs de E_0 sont superposées sur les graphes de la Figure 2 pour le matériau d'intérêt. Il est à noter que pour $E_0 = 0$ on a $r(0) = 0$ et pour $E_0 = E_{0Max}$ on a $\xi(0) = 0$. D'après la Figure 2, pour les valeurs arbitraires considérées et dans la gamme de déformations plastiques d'intérêt, quelle que soit la valeur de E_0 , $\xi(\kappa)$ augmente d'abord, atteint un maximum puis diminue légèrement. En revanche, l'évolution de $r(\kappa)$ dépend fortement de la valeur de E_0 : pour $E_0 = 0$, $r(\kappa)$ augmente de manière monotone, tandis que pour $E_0 = E_{0Max}$, $r(\kappa)$ diminue d'abord, atteint un minimum puis augmente légèrement. Comme attendu, l'augmentation de la valeur de E_0 conduit à un déplacement à la hausse de $r(\kappa)$ et à la baisse de $\xi(\kappa)$.

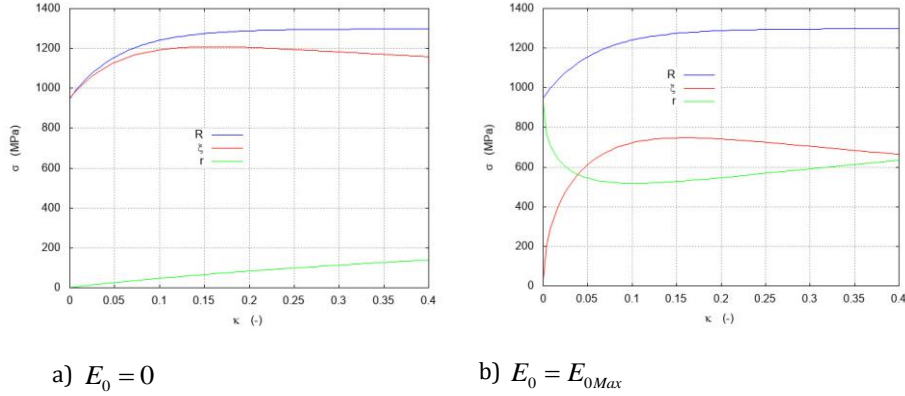


Figure 2. Evolutions de $R(\kappa)$, $r(\kappa)$ et $\xi(\kappa)$ pour différentes valeurs de E_0 pour le 40CrMnMo8.
 $\alpha = 10^{-2}$

3.2.4. Modèle dépendant de la température

Une façon naturelle de rendre l'énergie stockée inélastique et la force d'écroutissage isotrope dépendants de la température consiste à rendre le module de cisaillement dépendant de la température. On adopte la forme $\frac{\mu(T)}{\mu} = -3.722 \times 10^{-7} T^2 + 5.45 \times 10^{-5} T + 1.015$ avec $\mu = 76.9$ GPa. D'autre part, on considère l'expression suivante motivée par la microstructure pour la contrainte visqueuse :

$$\sigma_v(\dot{\kappa}, T) = \hat{\sigma} \left\{ 1 - \left[-\frac{k_B T}{G_0} \ln \left\langle \frac{\dot{\kappa}}{\dot{\kappa}_0} \right\rangle \right]^{1/q} \right\}^{1/w} \quad (20)$$

où $\hat{\sigma}$ est la résistance maximum de glissement, G_0 l'énergie d'activation, $\dot{\kappa}_0$ une vitesse de déformation de référence, et q et w des constantes. L'auto-échauffement plastique est déduit de

$$\rho C \dot{T} = \dot{W}^p - \dot{E}_s \geq 0 \quad (20)$$

Les résultats numériques obtenus en utilisant le modèle constitutif développé et les résultats expérimentaux de la Figure 1 sont superposés en Figure 3 en termes de température et de contrainte équivalente. Selon la Figure 3a, l'élévation de température est très bien reproduite, tandis que selon la Figure 3b, la contrainte équivalente est bien reproduite à une déformation modérée et moins bien à une déformation importante pour laquelle l'adoucissement thermique est numériquement sous-estimé.

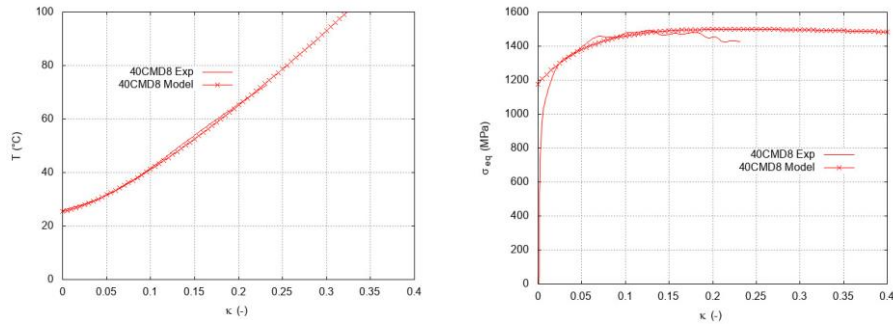


Figure 3. Comparaison des résultats expérimentaux et numériques pour l'acier 40CrMnMo8.

4. Conclusion

Des essais à haute vitesse de déformation impliquant des mesures de déformation et de température à grande vitesse ont été effectués sur un acier dur, voir également [12-13]. La contrainte d'écoulement et l'énergie stockée inélastique augmentent puis saturent au cours du processus de déformation. La saturation se produit plus tôt pour la contrainte d'écoulement et plus tard pour l'énergie stockée inélastique.

Un modèle constitutif cohérent avec la thermodynamique des processus irréversibles et motivé par la physique a été construit afin de reproduire la réponse thermo-viscoplastique du matériau considéré. Ce modèle tient compte de deux mécanismes d'écrouissage et est défini à une constante près, à savoir la valeur initiale de l'énergie stockée inélastique. Le modèle est capable de reproduire correctement la réponse du matériau sous un chargement de compression à vitesse de déformation élevée sans qu'il soit nécessaire de considérer une fraction de chaleur inélastique arbitraire.

Une étude plus approfondie de la microstructure est nécessaire pour expliquer la forme des deux contributions à la contrainte et accéder à la valeur initiale inconnue de l'énergie stockée inélastique.

Remerciements

L'auteur remercie l'Agence de l'Innovation de Défense (AID), DGA, France, pour son soutien. L'auteur tient également à remercier les Drs Clément Mailhé et Yohan Cosquer pour leur contribution à la réalisation des essais.

Références

1. Lois-Dorothy H., Soldani X., Longère P. (2022) A parametric numerical study of ASB-assisted chip formation in high-speed machining of Ti-6Al-4V. *Adv. Mater. Proc. Tech.*, 4452-4470
2. Taylor G.I., Quinney H. (1934) The latent energy remaining, in a metal after cold working, *Proc. Roy. Soc. London*, 143A, 307-326
3. Wang B., Liu Z., Su G., Song Q., Ai X. (2015) Investigations of critical cutting speed and ductile-to-brittle transition mechanism for workpiece material in ultra-high speed machining, *Int. J. Mech. Sci.* 104, 44–59
4. Mason J.J., Rosakis A.J., Ravichandran G. (1994) On the strain and strain rate dependence of the fraction of plastic work converted to heat: an experimental study using high speed infrared detectors and the Kolsky bar, *Mech. Mat.*, 17, 135-145
5. Rosakis P., Rosakis A.J., Ravichandran G., Hodowany J. (2000) A thermodynamic internal variable model for the partition of plastic work into heat and stored energy in metals, *J. Mech. Phys. Solids*, 48, 581-607
6. Longère P., Dragon A. (2008) Evaluation of the inelastic heat fraction in the context of microstructure supported dynamic plasticity modelling, *Int. J. Impact Eng.*, 35-9, 992-999
7. Longère P., Dragon A. (2009) Inelastic heat fraction evaluation for engineering problems involving dynamic plastic localization phenomena, *J. Mech. Mat. Struct.*, 4-2, 319-349
8. Chrysochoos A., Maisonneuve O., Martin G., Caumon H., Chezeaux J.C. (1989) Plastic and dissipated work and stored energy, *Nuc. Eng. Design*, 114, 323-333
9. Kocks U.F., Argon A.S., Ashby M.F. (1975) Thermodynamics and kinetics of slip, in *Progress of Materials Science*, Ed. Chalmers, Christian and Massalski, Pergamon Press
10. Tang T., Zhou G., Li Z., Li D., Peng L., Peng Y., Wu P., Wang H., Lee M.G. (2019) A polycrystal plasticity based thermo-mechanical-dynamic recrystallization coupled modeling method and its application to light weight alloys, *Int. J. Plast.*, 116, 159–191
11. Lieou C.K.C., Bronkhorst C.A. (2018) Dynamic recrystallization in adiabatic shear banding: Effective temperature model and comparison to experiments in ultrafine grained titanium, *Int. J. Plast.*, 111, pp.107–121
12. Longère (2023) Thermodynamically consistent strain hardening variable/driving force, inelastic stored energy and self-heating in dynamic plasticity, *Mech. Mat.* 184, 104728
13. Longère (2024) Consistent modeling of thermo-viscoplasticity for high-speed processes, *Lect. Notes Mech. Eng.*, ICTP2023 volume 4, pp.498–508