

Propriétés vibratoires d'une poutre sandwich viscoélastique à cœur périodique : Effet de la température sur les Band Gaps

G. Robin^{1,3}, T. Huchard^{1,2,3}, M. Ponçot^{2,3}, E. M. Daya^{1,3}

¹Université de Lorraine, CNRS, Arts et Métiers ParisTech, LEM3, F-57000 Metz, France

²Université de Lorraine, CNRS, IJL, F-54000, Nancy, France

³Université de Lorraine, CNRS, LabEx DAMAS, F-54000, Nancy, France

Résumé — Cet article présente l'impact de la température sur les propriétés amortissantes (fréquence et facteur de perte) des structures sandwich à cœur périodique et viscoélastique. Les propriétés viscoélastiques $G(\omega)$ (Module de cisaillement) et $\eta(\omega)$ (Facteur de perte) des polymères utilisés sont déterminées en fonction de la température par une méthode inverse. La périodicité du sandwich est obtenue en alternant deux matériaux viscoélastiques générant une plage de fréquences sans résonance (Band Gap). Une modélisation numérique par éléments finis est développée. Les résultats obtenus par ce modèle sont comparés et validés expérimentalement.

Mots clefs — Sandwich périodique, Amortissement, Band Gap

1. Instructions

L'allègement des structures est une question environnementale pour beaucoup d'industries (automobile, aéronautique, ...) puisqu'elle impacte les matières premières et l'environnement. Cela conduit souvent à des problématiques de bruits et de vibrations. Conventionnellement, une couche viscoélastique prise en sandwich entre deux faces élastiques rigides [1] est l'un des moyens pour la réduction du bruit et l'amortissement passif des vibrations.

Les modélisations numériques, analytiques et expérimentales des propriétés amortissantes de ces structures sandwich viscoélastiques à cœur homogène ont été largement étudiées dans la littérature. Des formules analytiques exactes ont été développées pour le calcul des fréquences propres et les facteurs de perte [2] dans le cas des structures sandwich de type poutre. Ensuite, de nombreux modèles numériques ont été développés pour le calcul des vibrations linéaires et non linéaires [3-7]. Cependant, peu de travaux [8-10] concernent la modélisation des propriétés amortissantes des structures sandwich à cœur périodique et notamment en tenant en compte des effets de la température.

L'objectif de ce travail est d'étudier l'impact de la température sur les propriétés amortissantes des poutres sandwich périodiques viscoélastiques. Les propriétés mécaniques des matériaux viscoélastiques utilisés seront identifiées en fonction de la température en utilisant la méthode inverse développée par Ledi *et al.* [11]. Les résultats expérimentaux des vibrations des poutres sandwich à cœur périodique à différentes températures obtenus sont comparés à ceux obtenus à l'aide d'une modélisation par éléments finis utilisant un modèle cinématique de type zig-zag.

2. Présentation de la poutre sandwich à cœur périodique

La Figure 1 a) présente le schéma de la poutre sandwich à cœur périodique. Le cœur est constitué de deux matériaux : un rigide et l'autre souple, différenciés par leurs valeurs de module de cisaillement. Cette différence de module de cisaillement permet l'apparition des propriétés de filtrage. Ainsi, les cœurs rigides et souples sont respectivement des polymères semi-cristallins et des

élastomères. Les matériaux polymères doivent être greffés avec de l'anhydride maléique pour augmenter l'adhérence du métal, en particulier avec l'aluminium [12].

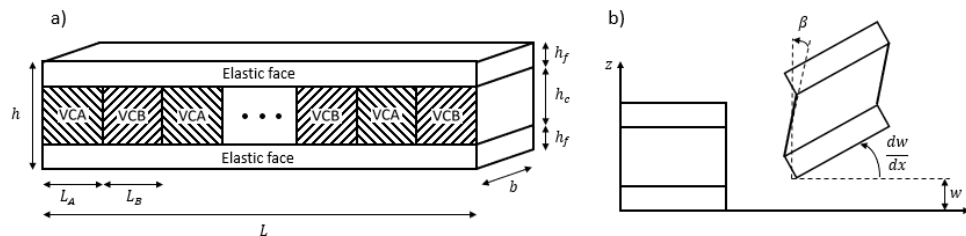


Figure 1 - Poutre sandwich périodique (a) et modèle cinématique en zig-zag (b) (VCA : cœur viscoélastique A ; VCB : cœur viscoélastique B)

Le matériau semi-cristallin (âme rigide) est un mélange de polypropylène isotactique (iPP) et de polypropylène isotactique greffé avec 1 % en poids d'anhydride maléique (iPP-g-MAH). La proportion des mélanges est de 80 % en poids / 20 % en poids pour l'iPP / iPP-g-MAH. Le pourcentage pondéral d'iPP-g-MAH est maintenu en dessous de 20 % en poids car une proportion plus élevée diminuerait la force d'adhérence.

Pour les matériaux souples, on a choisi un élastomère thermoplastique maléaté styrène-éthylène-butylène-styrène (SEBS-g-MAH), contenant environ 2 % en poids d'anhydride maléique.

Les faces élastiques des composites sandwich sont en tôles d'aluminium 1050A. Les tôles sont sablées afin d'augmenter la rugosité de l'interface avec le noyau. Le coefficient de rugosité R_a est de 3250 nm pour la tôle sablée.

Le composite sandwich est élaboré de tel manière que les cœurs polymères sous forme de plaques soient entre les deux tôles d'aluminium. L'ensemble est pressé à une température de 190°C afin que les polymères adhèrent bien aux feuilles d'aluminium et les uns aux autres. Les paramètres géométriques de la poutre sandwich sont : l'épaisseur du cœur ($h_c=2.63mm$), l'épaisseur des faces ($h_f=1.2mm$), la longueur du sandwich ($L=263mm$) et le largeur du sandwich ($b=22mm$).

3. Identification des propriétés viscoélastiques

3.1. Principe de la méthode d'identification

Dans cette section, les cœurs de la poutre sandwich sont homogènes afin d'identifier les propriétés. La méthode d'identification utilisée a été développée par Ledi *et al.* [11]. Cette méthode consiste à extrapoler la dépendance en fréquence du module de cisaillement et du facteur de perte à partir de résultats expérimentaux sur des composites sandwich à âme homogène. Les résultats expérimentaux sont obtenus lors d'essais vibratoire en déterminant les fréquences de résonance et les facteurs de perte pour différents modes de flexion.

Ensuite, un algorithme d'identification permet de déterminer les propriétés viscoélastiques en utilisant un quotient de Rayleigh jusqu'à ce qu'il y ait convergence sur les propriétés des matériaux. Ainsi, un point couplé $G(\omega)$ et $\eta(\omega)$ est obtenu. Les lois de $G(\omega)$ et $\eta(\omega)$ dépendant de la fréquence peuvent être déduites par interpolation en fonction du modèle rhéologique choisi.

3.2. Identification sur le cœur rigide

Les propriétés mécaniques obtenues par la méthode d'identification inverse sont comparées à celles obtenues par l'analyse mécanique dynamique (DMA). Le DMA 242C de Niezsch, en mode de flexion 3 points, permet de mesurer le module d'élasticité et le facteur de perte d'un matériau viscoélastique à une fréquence de 1 Hz pour une large gamme de température.

Dans le cas du cœur rigide (iPP / iPP-g-MAH 80 % en poids / 20 % en poids), le module de cisaillement et le facteur de perte sont présentés sur la Figure 2 (a) et (b).

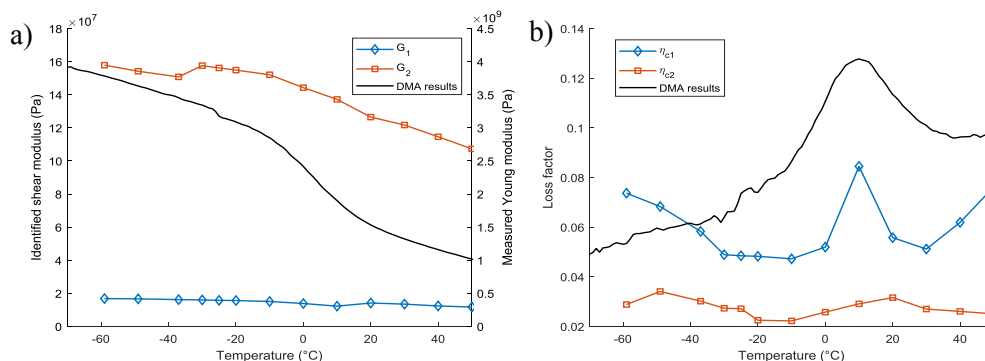


Figure 2 – Comparaison du module de cisaillement (a) et du facteur de perte obtenus par identification inverse et par DMA pour le cœur homogène rigide ((iPP / iPP-g-MAH 80 wt% / 20 wt%) à différentes températures de -60°C à 50°C

La différence des méthodologies de mesure entre la méthode DMA et la méthode d'identification peut introduire une différence dans les valeurs du module de cisaillement et du facteur de perte. Cependant, l'évolution du module de cisaillement identifié est similaire à l'évolution du module élastique mesuré avec la DMA. En ce qui concerne les facteurs de perte identifiés présentés, l'évolution observée est également similaire à l'évolution du facteur de perte mesuré à l'aide de la DMA.

Les courbes du module de cisaillement diminuent entre -10 °C et 20 °C. Les courbes du facteur de perte présentent un maximum local entre 10 °C et 20 °C. Cette plage de température correspond à la transition vitreuse de l'iPP. Ceci a un impact sur le module de cisaillement, qui diminue, et sur le facteur de perte, qui augmente, pendant la transition.

3.3. Identification sur le cœur souple

Dans le cas du cœur souple (SEBS-g-MAH), le module de cisaillement et le facteur de perte sont présentés sur la Figure 3 (a) et (b). Les courbes du module de cisaillement diminuent entre -60 °C et -20 °C. Les courbes du facteur de perte présentent un maximum local entre -40 °C et -20 °C. Cette plage de température correspond à la transition vitreuse du matériau. Ceci a un impact sur le module de cisaillement, qui diminue, et sur le facteur de perte, qui augmente, pendant la transition.

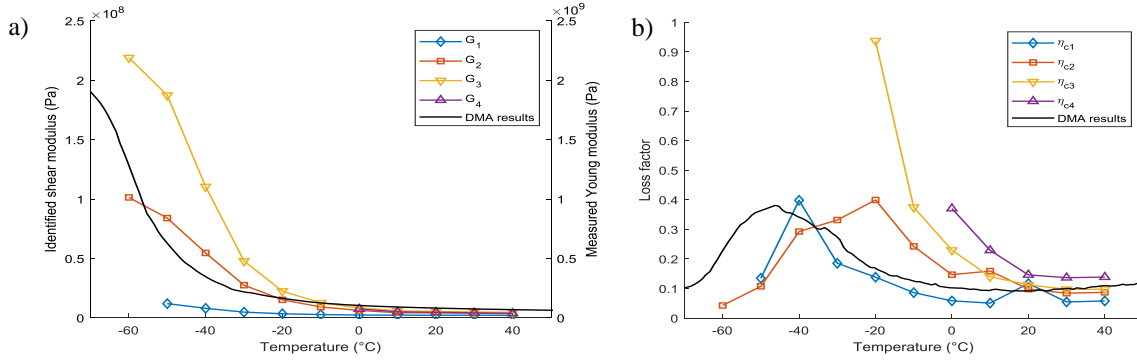


Figure 3 – Comparaison du module de cisaillement (a) et du facteur de perte (b) obtenus par identification inverse et par DMA pour le cœur homogène souple (SEBS-g-MAH) à différentes températures de -60°C à 40°C

4. Modélisation numérique des vibrations forcées de la poutre sandwich à cœur périodique

Le cœur viscoélastique est composé de différents polymères thermoplastiques avec une distribution périodique sur la longueur de la poutre (Figure 1 a). L'analyse des vibrations linéaires est complétée par une méthode d'éléments finis [13] pour résoudre le problème élémentaire des valeurs propres basé sur la cinématique en zig-zag de Rao [2] (Figure 1 b). Dans ce modèle, chaque élément contient deux nœuds et chaque nœud a trois degrés de liberté qui sont le déplacement transversal w , la pente w' et la rotation β .

Le problème de vibration est formulé de façon identique à une structure homogène. L'équation de vibration élémentaire reste donc la suivante :

$$([K^e(\omega)] - \omega^2[M^e])\{U^e\} = \{F\} \quad (1)$$

Où $[M^e]$ et $[K^e]$ sont respectivement les matrices élémentaires de masse et de rigidité.

La matrice de rigidité élémentaire peut être décomposée en une partie constante (Elasticité retardée) et une autre dépendante de la pulsation ω (Viscoélasticité) :

$$([K^e(0)] + [K_v^e] - \omega^2[M^e])\{U\} = \{F\} \quad (2)$$

Cependant, l'introduction d'une alternance de deux matériaux différents, notés A et B, dans la couche centrale implique que les matrices élémentaires $[K^e(0)]$, $[K_v^e]$ et $[M^e]$ seront différentes selon le matériau en question. Chaque élément de la structure se voit attribuer le matériau A ou le matériau B en fonction de la périodicité recherchée et lors de l'assemblage. Ensuite, les matrices globales $[M]$, $[K(0)]$, et $[K_v]$ sont obtenues par un assemblage dichotomique.

Pour calculer la courbe de réponse, des excitations harmoniques $\{F\}$ sont appliquées de manière à solliciter tous les modes d'intérêt. Les courbes de réponse en déplacement $\{U\}$ sont obtenues en assemblant et en inversant la matrice dynamique complexe $([K(0)] + E(\omega)[K_v] - \omega^2[M])$ pour chaque impulsion ω .

La Figure 4 présente la comparaison expérimental vs numérique du spectre du déplacement à l'extrémité libre de la poutre sandwich viscoélastique périodique à 2 cellules (a) et à 3 cellules (b) avec pour condition limite encastree-libre à température ambiante.

Pour la poutre sandwich périodique à 2 cellules (Figure 4 a), le comportement de la réponse spectrale montre trois zones particulières entre 270Hz et 677Hz, entre 850Hz et 1400Hz et entre

1770Hz et 2800Hz. Aucune fréquence de résonance ne peut apparaître dans ces trois zones dû à la construction de la structure périodique [8,9,13]. Ce phénomène est nommé Band Gap pour bande interdite. Ainsi, la structure sandwich périodique se comporte comme un filtre dépendant notamment des propriétés matériaux, de la répétition du motif périodique.

Il en va de même pour la poutre sandwich périodique à 3 cellules (Figure 4 b). Notons que le nombre de fréquences de résonance avant chaque Band Gap correspond au nombre de répétitions des cellules périodiques (alternance des matériaux A et B).

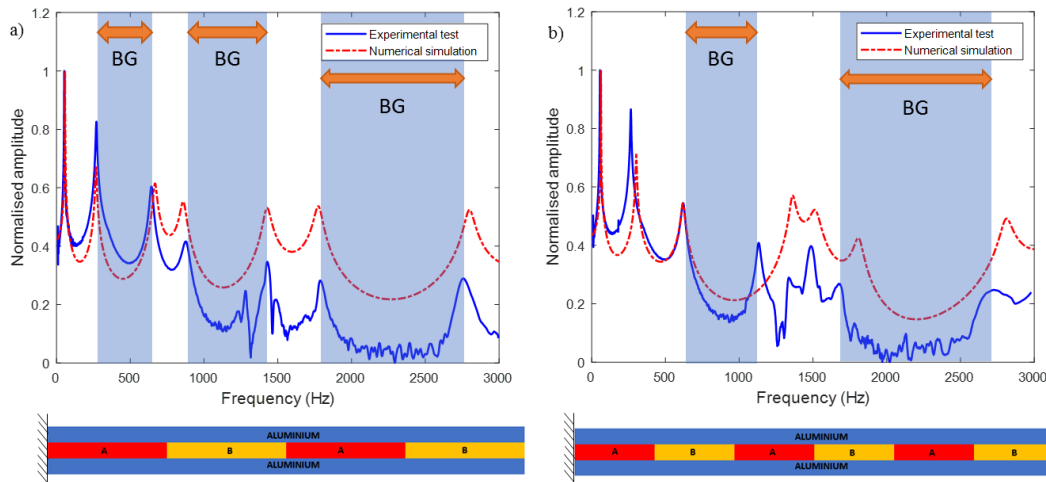


Figure 4 – Spectre du déplacement à l'extrémité libre de la poutre sandwich viscoélastique périodique à 2 cellules (a) et à 3 cellules (b) à la température ambiante.

5. Effet de la température sur les propriétés amortissantes

Le comportement vibratoire des poutres sandwich à 2 cellules est calculé pour différentes températures grâce à l'identification des propriétés mécaniques du cœur homogène en température. Les résultats obtenus par mesure sont comparés aux résultats numériques. Les fréquences de résonance et le facteur de perte sont présentés en fonction de la température pour la poutre sandwich périodique viscoélastique (Figure 5 (a) et (b)).

Les résultats numériques et expérimentaux assurent une bonne concordance en température. Les écarts entre les résultats des simulations numériques et expérimentales sont inférieurs à 10 % en fréquence. La poutre sandwich viscoélastique périodique à 2 cellules présente une bande interdite entre le 2ème et le 3ème mode. La forme du band gap dépend de la température. En effet, le band gap tend à disparaître lorsque la température diminue, ce qui se rapproche d'une structure non périodique.

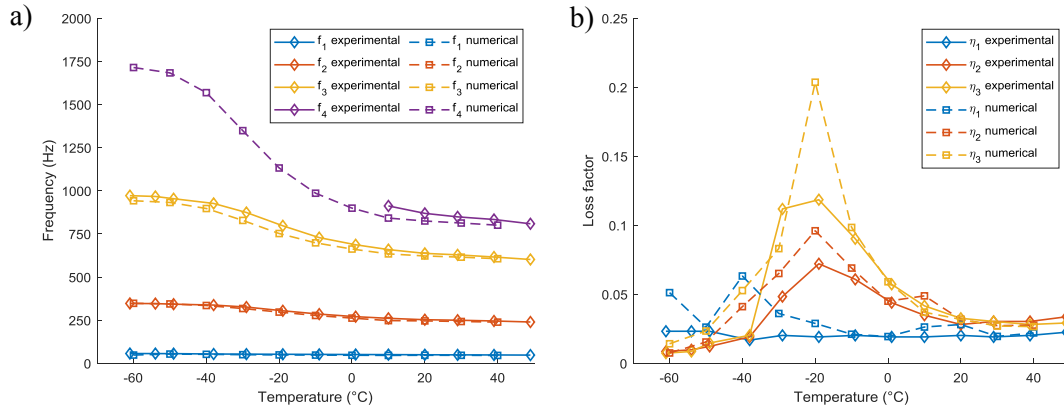


Figure 5 - Comparaison des résultats numériques et expérimentaux (a) des fréquences de résonance et (b) du facteur de perte pour le sandwich périodique à des températures entre -60°C et 50°C.

Pour l'évolution de l'amortissement, un maximum est trouvé autour de -20 °C correspondant à la transition vitreuse du SEBS-g-MAH. Les valeurs maximales du facteur de perte prédites par les simulations numériques sont plus élevées que celles des résultats expérimentaux. Le modèle d'adhésion entre l'aluminium et les polymères viscoélastiques peut expliquer cet écart.

Pour visualiser cette disparition du Band Gap et donc la disparition des propriétés filtrantes du matériau, l'évolution de la largeur relative du Band Gap est calculée :

$$R_{BG} = \frac{f_{k+1} - f_k}{f_{k+2} - f_{k+1}} \quad (3)$$

où f_k est la k -ième résonance où commence le Band Gap.

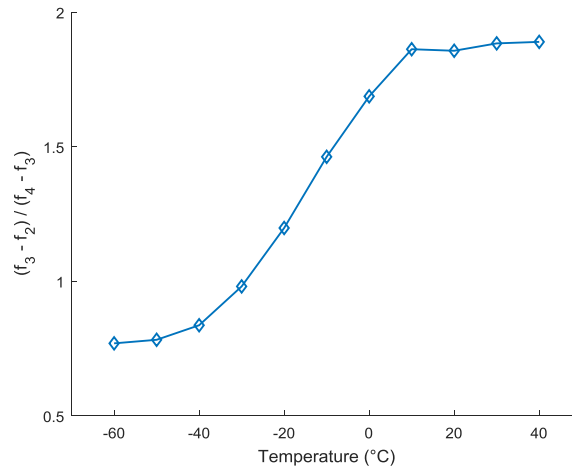


Figure 6 – Evolution du rapport R_{BG} pour le sandwich périodique en fonction de la température.

L'évolution du rapport R_{BG} est présentée en fonction de la température en Figure 6. Pour des températures proches de la température ambiante, les valeurs de R_{BG} se situent entre 1,8 et 1,9, ce qui signifie que la largeur spectrale du Band Gap est presque deux fois plus importante que la largeur entre les deux modes propres naturelles. Les propriétés de filtrage sont dépendantes en température. En effet, lorsque la température diminue, les valeurs de R_{BG} diminuent également. Ces valeurs deviennent inférieures à 1 pour les températures inférieures à -30 °C. Cela signifie que pour cette gamme de température, la structure perd ses propriétés filtrantes et se comporte comme une structure avec un cœur homogène.

6. Conclusion

Nous avons proposé une méthode allant de la caractérisation des propriétés mécaniques par identification inverse des structures sandwich à cœur homogène (polymères semi-cristallins et des élastomères), de l'élaboration des poutres sandwichs à cœur homogène et à cœur périodique, jusqu'à un modèle permettant de prendre en compte la périodicité du cœur viscoélastique et la dépendance en température. Notre objectif est de comprendre l'influence de la température sur ce type de structure et l'impact sur les propriétés filtrantes.

Les résultats expérimentaux ont montré une bonne concordance avec les simulations du modèle numérique développé. Les poutres sandwich ont montré un pouvoir filtrant avec la présence d'un band gap pour une plage de température spécifique. La température optimale d'utilisation du composite sandwich périodique est comprise entre -20°C et 40°C .

La température critique est la température de transition vitreuse du matériau viscoélastique souple qui constitue la température minimale d'utilisation du composite sandwich. Ainsi, nous nous concentrerons sur le fait que la température peut réduire les performances de filtration de la structure. Ici, les performances sont comprises dans la gamme de température entre -20°C et 40°C . Ces propriétés disparaissent lorsque la température baisse et, plus précisément, lorsqu'elle atteint la température de transition vitreuse du matériau souple.

Références

- [1] C.T. Herakovich, Mechanics of composites: A historical review, *Mechanics Research Communications*. 41 (2012) 1–20.
- [2] D.K. Rao, Frequency and loss factors of sandwich beams under various boundary conditions, *Journal of Mechanical Engineering Science*. 20 (1978) 271–282.
- [3] F. Abdoun, L. Azrar, E.M. Daya, M. Potier-Ferry, Forced harmonic response of viscoelastic structures by an asymptotic numerical method, *Computers & Structures*. 87 (2009) 91–100.
- [4] H. Hu, S. Belouettar, M. Potier-Ferry, E.M. Daya, Review and assessment of various theories for modeling sandwich composites, *Composite Structures*. 84 (2008) 282–292.
- [5] E.M. Daya, M. Potier-Ferry, Vibrations of long repetitive structures by a double scale asymptotic method, *Structural engineering and mechanics : An international journal*. 12 (2001) 215–230.
- [6] L. Duigou, E. Mostafa Daya, M. Potier-Ferry, Iterative algorithms for non-linear eigenvalue problems. Application to vibrations of viscoelastic shells, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 192 (2003) 1323–1335.
- [7] M. Bilasse, E.M. Daya, L. Azrar, Linear and nonlinear vibrations analysis of viscoelastic sandwich beams, *Journal of Sound and Vibration*. 329 (2010) 4950–4969.
- [8] C. Jiang, Y. Xiang, P. He, H. He, Vibration attenuation behaviors of finite sandwich plates with periodic core, *Applied Acoustics*. 157 (2020) 107009.
- [9] Z. Guo, M. Sheng, J. Pan, Flexural wave attenuation in a sandwich beam with viscoelastic periodic cores, *Journal of Sound and Vibration*. 400 (2017) 227–247.
- [10] A. Dubey, C.R. Nayak, D.K. Nayak, P.R. Dash, Stability of a Tapered, Pretwisted, and Rotating Sandwich Beam under Temperature Gradient, *Journal of Aerospace Engineering*, 33(5) (2020).
- [11] K.S. Ledi, M. Hamdaoui, G. Robin, E.M. Daya, An identification method for frequency dependent material properties of viscoelastic sandwich structures, *Journal of Sound and Vibration*. 428 (2018) 13–25.
- [12] A. Létoffé, S.M. García-Rodríguez, S. Hoppe, N. Canilho, O. Godard, A. Pasc, I. Royaud, M. Ponçot, Switching from brittle to ductile isotactic polypropylene-g-maleic anhydride by crosslinking with capped-end polyether diamine, *Polymer*. 164 (2019) 67–78.
- [13] T. Huchard, G. Robin, M. Ponçot, S. Hoppe, E.M. Daya, Elaboration, Characterization and Modelling of Periodic Viscoelastic Sandwich Beams for Lightning and Vibration Damping, *Mechanics Research Communications*. 121 (2022) 103863.