

Un élément de contact poutre-poutre en petits glissements pour la modélisation du *fretting* au sein des conducteurs aériens pour le transport d'électricité

K. Aït Ammar^{1,2}, P.-A. Guidault¹, P.-A. Boucard¹, J. Said², F. Hafid²

¹ Université Paris-Saclay, CentraleSupélec, ENS Paris-Saclay, CNRS, LMPS - Laboratoire de Mécanique Paris-Saclay, 91190, Gif-sur-Yvette, France, {karim.ait_ammam,pierre-alain.guidault,pierre-alain.boucard}@ens-paris-saclay.fr

² RTE - Direction de la R&D - Pôle Gestion des Actifs, 92073, Paris la Défense Cedex, France, {julien.said,fikri.hafid}@rte-france.com

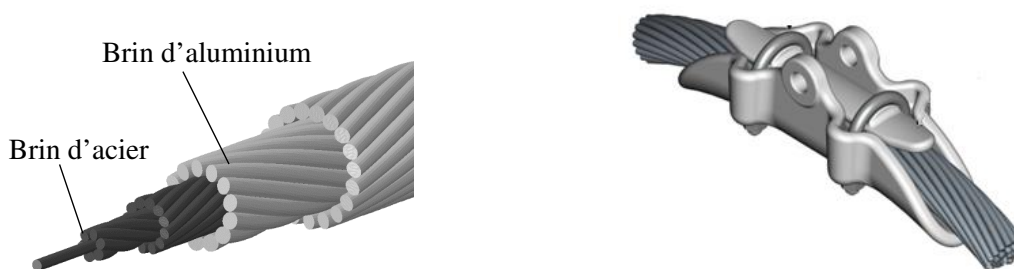
Résumé — L'étude porte sur le développement et l'implémentation d'un élément de contact ponctuel poutre-poutre en petits glissements et grandes rotations, avec prise en compte du contact normal par multiplicateur de Lagrange, adapté pour la modélisation du *fretting* fatigue sur les structures de type conducteurs aériens. L'hypothèse des petits glissements permet une réduction significative du temps CPU, entre autres avantages. Des essais numériques permettent de valider le bon fonctionnement de l'élément. Une généralisation au contact linéique poutre-poutre est envisagée.

Mots clés — Contact poutre-poutre, Conducteurs aériens, *Fretting Fatigue*

1 Introduction

1.1 Contexte

La prévision de la durée de vie des conducteurs électriques aériens est un enjeu majeur de la recherche dans le secteur du transport d'énergie car elle permet aux gestionnaires de réseaux électriques d'adapter à moindre coût leurs stratégies de gestion des actifs. Dans ce cadre, les sollicitations de type *fretting fatigue* exercées sur les câbles par le vent sont particulièrement étudiées [1, 2, 3]. Comme illustré sur la Figure 1a, les conducteurs aériens sont des structures de type torons composées de plusieurs couches de brins de câbles de matériaux différents. En faisant osciller les lignes électriques, les sollicitations éoliennes entraînent des interactions répétées de contact frottant de faible amplitude entre les brins composants le conducteur aérien, comme illustré en Figure 2. A proximité des pinces de serrage représentées en Figure 1b, ce phénomène endommage les brins de câbles et favorise l'amorçage et la propagation de fissures en leur sein.



(a) Représentation schématique d'un conducteur ACSR

(b) Vue 3D d'une pince de serrage

FIGURE 1 – Vue 3D d'un conducteur aérien d'après [4]

Dans l'optique d'améliorer la prévision de la durée de vie des conducteurs électriques aériens, une compréhension fine et détaillée des phénomènes à l'origine de la dégradation de ce type de structures est nécessaire. Cette compréhension passe aujourd'hui par des campagnes d'essais expérimentaux longues et coûteuses. Afin de s'affranchir de ces contraintes, RTE (Réseau de Transport d'Electricité) souhaite

développer un outil numérique s'appuyant sur ces campagnes pour prévoir de manière fiable la durée de vie des conducteurs aériens déjà installés connaissant les sollicitations éoliennes propres à leur environnement.

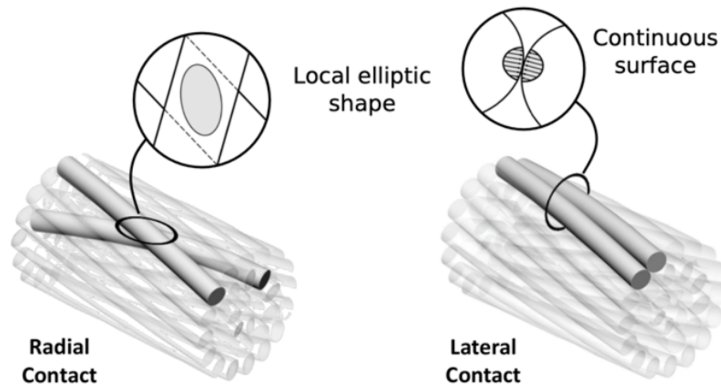


FIGURE 2 – Contact radial entre deux brins de couches différentes et latéral entre deux brins de la même couche, d'après [5]

1.2 Etat de l'art et objectifs

En collaboration avec RTE et au sein du LMPS, l'étude proposée consiste à développer un modèle éléments finis filaire exploitable par RTE d'un conducteur aérien avec prise en compte du contact entre les brins. Chaque brin de câble est alors modélisé par des éléments de type poutre géométriquement exacte en grandes rotations [6, 7], et les interactions de contact frottant entre les brins sont modélisées à l'aide de l'hypothèse des petits glissements.

Si les formulations du contact poutre-poutre en grands glissements, abondantes dans la littérature [8, 9, 10, 11, 12, 5, 13], permettent de modéliser le contact dans un cadre très général, elles présentent plusieurs inconvénients notables. En particulier, toutes ces formulations impliquent nécessairement une phase de recherche du contact coûteuse en temps CPU car répétée à chaque itération. De plus, la normale de contact dépend explicitement de la discrétisation géométrique de la poutre puisque celle-ci peut varier de manière non-continue lorsque l'appariement des éléments en contact change. Cette non-régularité de la normale de contact affecte négativement les performances des solveurs de type Newton-Raphson, et des méthodes de lissage sont parfois employées pour y remédier [14].

En tirant avantage du faible glissement relatif intrinsèque au phénomène de *fretting*, une formulation du contact basée sur une hypothèse de petits glissements permet de s'affranchir de la phase de recherche du contact, et par là même, d'obtenir une évolution régulière de la normale de contact et une gestion simplifiée des maillages non-conformes entre autres avantages.

L'étude présentée reprend l'élément de contact ponctuel poutre-poutre en petits glissements développé par [15, 16] sur Abaqus sous la forme d'un élément utilisateur. Les travaux de [17] montrent que cet élément permet une réduction du temps CPU d'un facteur 30 par rapport à des formulations en grands glissements du contact. Dans cet élément, le contact normal est pris en compte par pénalisation et une loi de frottement régularisée est utilisée. Dans le travail ici proposé, la prise en compte du contact normal est faite par multiplicateurs de Lagrange pour s'affranchir des effets d'interpénétration excessive induite par la méthode de pénalisation dus à la tension des conducteurs aériens.

2 Cinématique du contact sous l'hypothèse des petits glissements

L'élément de contact implémenté se base sur l'élément de contact décrit dans [15].

Considérons deux poutres de section circulaire, non colinéaires, en contact dans leur configuration initiale au point $\bar{\mathbf{X}}_1 = \bar{\mathbf{X}}_2$ tel que représenté en Figure 3. On note \mathbf{X}_1 et \mathbf{X}_2 les projetés orthogonaux du point de contact sur les axes respectifs des poutres 1 et 2.

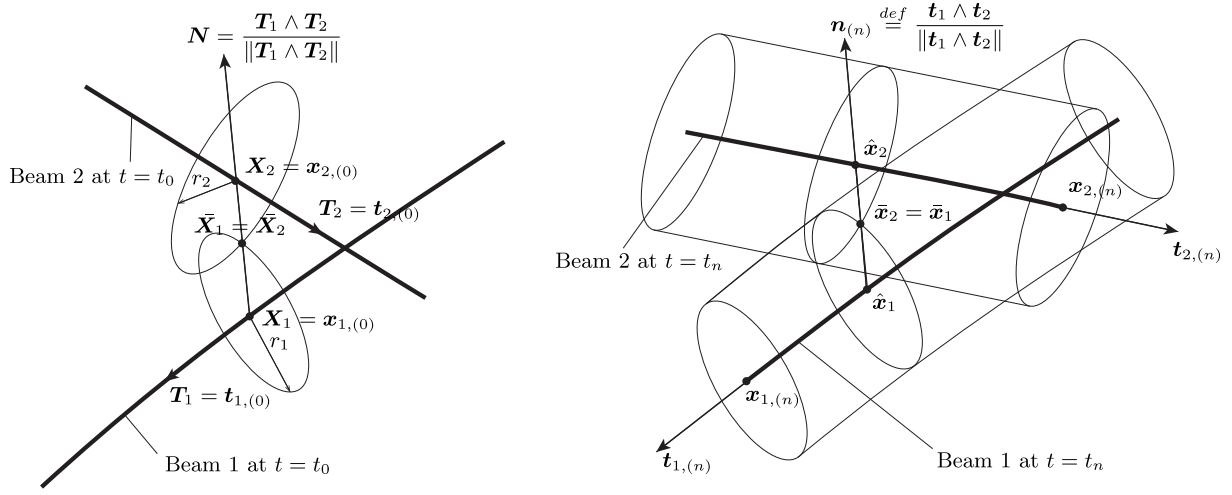


FIGURE 3 – Cinématique du modèle de contact, configurations initiale (gauche) et déformée (droite)

Le point clé de l'hypothèse des petits glissements consiste à supposer que les poutres restent localement rectilignes à proximité des points de contact, et ce malgré les grandes rotations auxquelles elles sont soumises. Supposons alors la présence de nœuds éléments finis aux points \mathbf{X}_1 et \mathbf{X}_2 définis précédemment, et supposons connues les positions de ces nœuds à l'initialisation ($\mathbf{x}_{1,(0)}$ et $\mathbf{x}_{2,(0)}$) et dans la configuration déformée ($\mathbf{x}_{1,(n)}$ et $\mathbf{x}_{2,(n)}$). Si l'on note $\bar{\mathbf{x}}_1 = \bar{\mathbf{x}}_2$ la position du point matériel de contact dans la configuration déformée (C.f. Figure 3), $\hat{\mathbf{x}}_1$ et $\hat{\mathbf{x}}_2$ ses projections respectives sur l'axe des poutres 1 et 2, l'hypothèse réalisée plus haut stipule que le vecteur directeur $\mathbf{t}_{1,(n)}$ (respectivement $\mathbf{t}_{2,(n)}$) au nœud $\mathbf{x}_{1,(n)}$ (resp. $\mathbf{x}_{2,(n)}$) de la poutre 1 (resp. 2) relie le nœud $\mathbf{x}_{1,(n)}$ (resp. $\mathbf{x}_{2,(n)}$) avec le point $\hat{\mathbf{x}}_1$ (resp. $\hat{\mathbf{x}}_2$), comme indiqué sur la Figure 4.

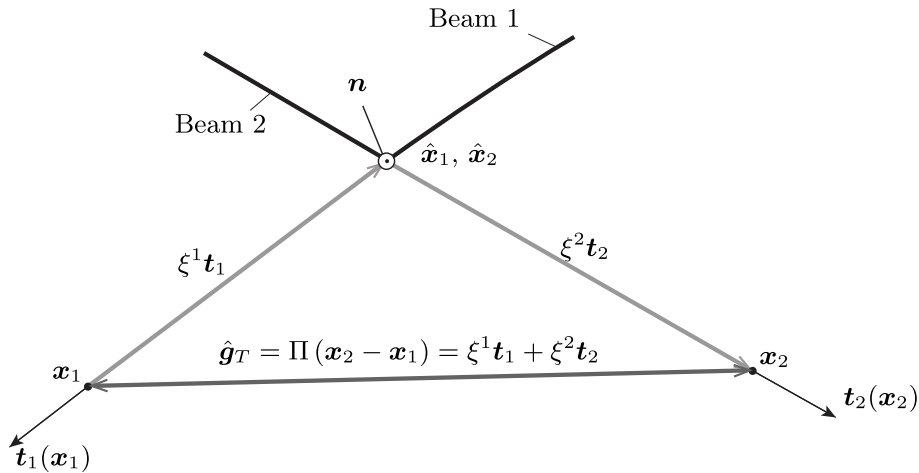


FIGURE 4 – Cinématique du modèle de contact, zoom sur le plan tangent formé par les axes localement rectilignes des deux poutres

La position du point matériel de contact est donc donnée explicitement par la connaissance de la position des nœuds comme suit :

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{x}}_1 \stackrel{\text{def}}{=} \mathbf{x}_1 + \xi^1 \mathbf{t}_1(\mathbf{x}_1) \\ \hat{\mathbf{x}}_2 \stackrel{\text{def}}{=} \mathbf{x}_2 - \xi^2 \mathbf{t}_2(\mathbf{x}_2) \end{cases}$$

avec ξ^1 et ξ^2 les coordonnées contravariantes du saut tangentiel $\hat{\mathbf{g}}_T$ dans le repère formé par les directeurs \mathbf{t}_1 et \mathbf{t}_2 des poutres ($\mathbf{t}_i = \mathbf{t}_i(\mathbf{x}_i)$) :

$$\begin{pmatrix} \xi^1 \\ \xi^2 \end{pmatrix} = \mathbf{M}^{-1} \begin{pmatrix} \xi^1 \\ \xi^2 \end{pmatrix} = \mathbf{M}^{-1} \begin{pmatrix} (\mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_1)^T & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & (\mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_1)^T \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{t}_1 \\ \mathbf{t}_2 \end{pmatrix} = \mathbf{M}^{-1} \mathbf{A} \begin{pmatrix} \mathbf{t}_1 \\ \mathbf{t}_2 \end{pmatrix}$$

et \mathbf{M} le tenseur métrique tel que $M_{ij} = \mathbf{t}_i \cdot \mathbf{t}_j$

Les deux nœuds des deux poutres étant appairés à l'initialisation, la connaissance explicite de la position du point de contact permet de s'affranchir de la phase de recherche de contact, qui consiste usuellement en la résolution d'un problème de minimisation non-linéaire.

La normale de contact est alors définie à partir des vecteurs directeurs locaux (en \mathbf{x}_1 et \mathbf{x}_2) par :

$$\mathbf{n}_{(n)} \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\mathbf{t}_1 \wedge \mathbf{t}_2}{\|\mathbf{t}_1 \wedge \mathbf{t}_2\|}$$

et les sauts normal et tangentiel par :

$$\begin{cases} g_N = (\mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_1) \cdot \mathbf{n} - (r_1 + r_2) = (\bar{\mathbf{x}}_2 - \bar{\mathbf{x}}_1) \cdot \mathbf{n} \\ \hat{\mathbf{g}}_T = \mathbf{\Pi}(\mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_1) = \xi^1 \mathbf{t}_1(\mathbf{x}_1) + \xi^2 \mathbf{t}_2(\mathbf{x}_2) \end{cases}$$

avec r_1 et r_2 les rayons des poutres 1 et 2. Enfin, la contribution du contact à la formulation variationnelle puis aux opérateurs éléments finis ainsi que sa linéarisation sont calculées, en introduisant un multiplicateur de Lagrange pour le contact normal, et par une loi de frottement régularisée pour le comportement tangentiel.

3 Implémentation et résultats numériques

3.1 Implémentation

L'élément de contact poutre-poutre ponctuel en petits glissements décrit plus haut est implémenté au sein d'un code éléments finis filaire en grandes rotations maison développé sur Matlab, avec une approche Eulérienne des grandes rotations tel que décrit dans [7]. Le contact normal est pris en compte par la méthode des statuts. Une loi de Coulomb régularisée couplée à une procédure de retour radial similaire à l'élasto-plasticité [14] est mise en place pour le comportement tangentiel.

3.2 Validation numérique

Dans toute la suite, les distances sont données en mètres.

Plusieurs essais numériques ont été menés pour valider l'implémentation. L'essai présenté ci-dessous a été introduit dans [18] et repris par [15] pour valider l'élément de contact en petits glissements implémenté sur Abaqus avec pénalisation. Il s'agit d'un essai de contact glissant entre deux poutres orthogonales telles que décrites sur la Figure 5. Initialement, les poutres sont séparées d'une distance de 1 dans la direction y . A chaque pas de chargement, un incrément de déplacement hors plan de $0.3e_y$ et un incrément de déplacement de $-0.03e_z$ sont prescrits à la poutre 2 pour la rapprocher de la poutre 1 et introduire un glissement relatif des deux poutres.

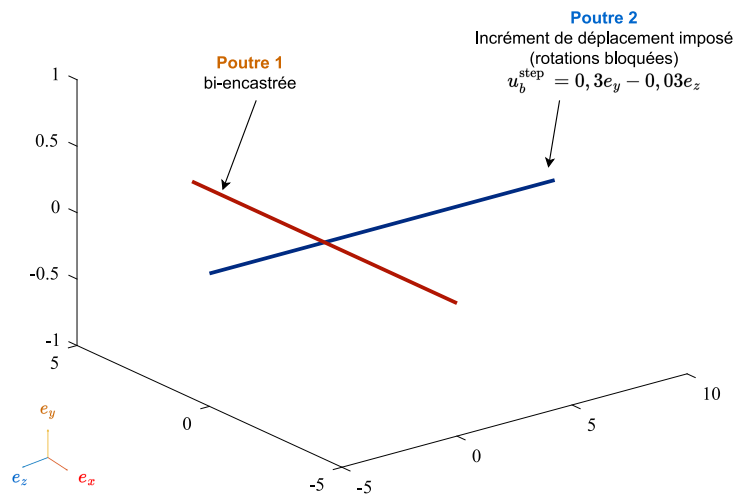


FIGURE 5 – Définition du cas test présenté, tiré de [18]

L'effort normal de contact est alors mesuré à chaque étape et comparé à l'effort mesuré en utilisant l'élément de contact en petits glissements, pénalisation pour les comportements normal et tangentiel et approche Lagrangienne réactualisée des grandes rotations de [15], ainsi qu'à une référence obtenue en utilisant un algorithme de contact de type *surface-to-surface* sur Abaqus où la peau des poutres est modélisée à l'aide d'éléments coques liés cinématiquement aux noeuds des axes des poutres.

Dans le premier cas d'étude, l'essai est réalisé sans frottement pour 50 pas de chargement. Les Figures 7a et 7b présentent un rendu 3D réalisé sur Abaqus des poutres à l'issue des étapes 6 et 30 de chargement. Les efforts de contact mesurés sont reportés sur la Figure 6. Les trois modèles donnent des résultats similaires (moins de 2% d'écart entre la formulation petits glissements par multiplicateurs de Lagrange implémentée sur Matlab et la référence *surface-to-surface* sur Abaqus) et ce même lorsque le glissement devient important (au bout de 15 étapes de chargement, le glissement imposé est supérieur à la taille d'un élément fini), tant que la courbure des poutres reste faible autour des points de contact. Notons enfin que la formulation en petits glissements [15] converge en quelques secondes, tandis que la référence *surface-to-surface* sur Abaqus converge en quelques minutes.

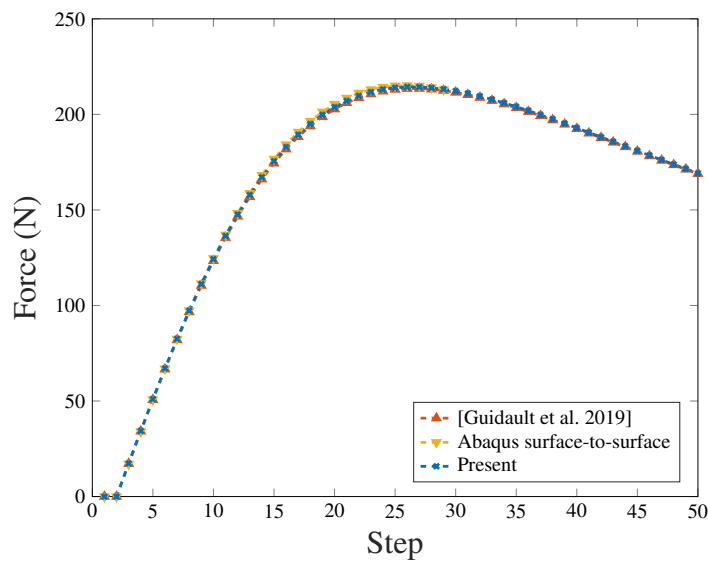


FIGURE 6 – Efforts de contact en l'absence de frottement

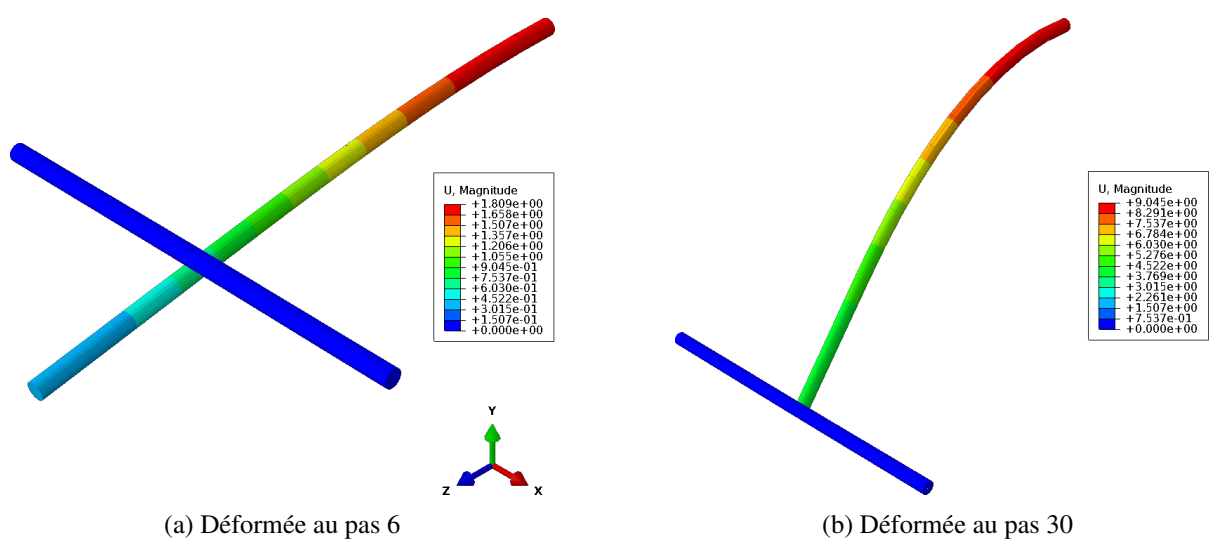
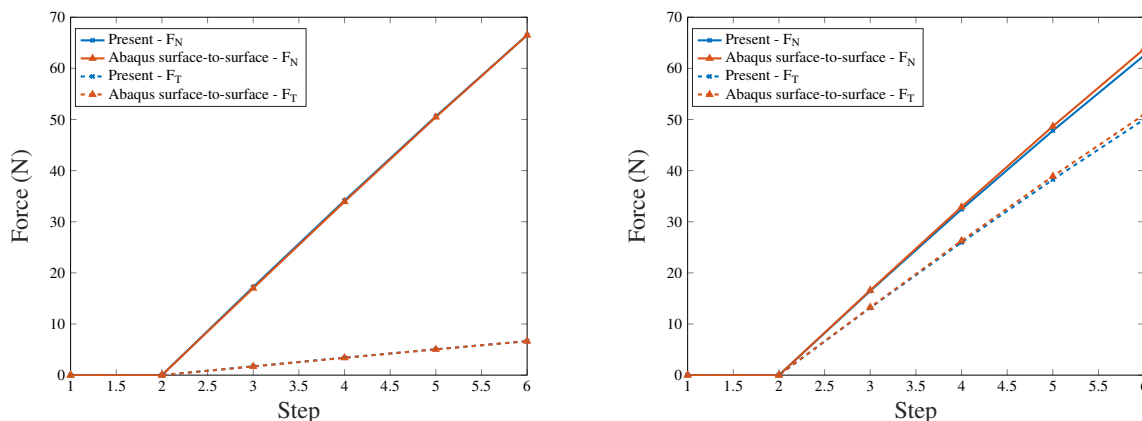


FIGURE 7 – Rendu 3D de la déformée aux pas 6 et 30

Dans le deuxième cas d'étude, du frottement est introduit et le nombre d'étapes de chargement passe de 30 à 6 afin de se limiter à un cas de petits glissements. A chaque étape, les efforts normal F_N et tan-

gentiel F_T de contact sont mesurés et comparés à la référence *surface-to-surface* d’Abaqus. Les Figures 8a et 8b correspondent aux résultats obtenus pour des coefficients de frottement valant respectivement 0.1 et 0.8. Une nouvelle fois, les résultats obtenus sont très proches de ceux du modèle de référence, avec un écart inférieur à 2%, les écarts observés sur les coefficients de frottement plus grands étant dus à la non-prise en compte du phénomène de roulement, pris en compte dans [15]. Ce phénomène correspond au roulement sans glissement de la surface d’une poutre de section circulaire par rapport à une autre dû au phénomène d’adhérence.



(a) Efforts de contact pour un coefficient de frottement de 0.1

(b) Efforts de contact pour un coefficient de frottement de 0.8

FIGURE 8 – Efforts de contact en présence de frottement

4 Conclusion

L’étude présentée a permis l’implémentation d’un élément de contact ponctuel poutre-poutre en petits glissements avec prise en compte du contact normal par multiplicateurs de Lagrange couplée à une loi de frottement régularisée. Cet élément a été validé par comparaison à des éléments de contact en grands glissements.

Dans la suite de l’étude, il s’agira d’une part, de généraliser cet élément de contact ponctuel au contact linéique entre deux poutres colinéaires pour modéliser les interactions de contact frottant entre deux brins de câble appartenant à la même couche d’un conducteur aérien ; d’autre part, de modéliser des phénomènes plus complexes tel que le roulement ou l’indentation entre brins en aluminium et en acier. Enfin, il s’agira de construire une modélisation réaliste des conducteurs aériens et des conditions de chargement auxquels ces derniers sont soumis en s’appuyant sur le modèle de contact présenté ainsi que sur des campagnes expérimentales déjà existantes. Une attention particulière sera apportée à la modélisation des conditions aux limites.

Références

- [1] A. Belkhabbaz, M. Gueguin, F. Hafid, C. Yang, J.-M. Ghidaglia, O. Allix. *Methodology for analysis of critical contacts within an overhead conductor using a wire model*. In OIPEEC Conference. The Hague, Netherlands, 2019
- [2] J. Said, S. Fouvry, G. Cailletaud, C. Yang, F. Hafid. *Shear driven crack arrest investigation under compressive state : Prediction of fretting fatigue failure of aluminium strands*. International Journal of Fatigue, 136, 105.589, 2020
- [3] P. H. C. Rocha, S. Langlois, S. Lalonde, J. A. Araújo, F. C. Castro. *A general life estimation method for overhead conductors based on fretting fatigue behavior of wires*. Theoretical and Applied Fracture Mechanics, 121, 103.443, 2022
- [4] J. Said. *Etude expérimentale et modélisation de la durée de vie en fretting-fatigue des conducteurs aériens pour le transport d’énergie*. Ph.D. thesis, Université de Lyon, École Centrale de Lyon, 2020

- [5] S. Lalonde, R. Guilbault, F. Légeron. *Modeling multilayered wire strands, a strategy based on 3D finite element beam-to-beam contacts - Part I : Model formulation and validation*. International Journal of Mechanical Sciences, 126, 281–296, 2017
- [6] A. Cardona, M. Geradin. *A beam finite element non-linear theory with finite rotations*. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 26(11), 2403–2438, 1988
- [7] S. Ghosh, D. Roy. *A frame-invariant scheme for the geometrically exact beam using rotation vector parametrization*. Computational Mechanics, 44(1), 103–118, 2009
- [8] P. Wriggers, G. Zavarise. *On contact between three-dimensional beams undergoing large deflections*. Communications in Numerical Methods in Engineering, 13(6), 429–438, 1997
- [9] P. Litewka. *Hermite polynomial smoothing in beam-to-beam frictional contact*. Computational Mechanics, 40(5), 815–826, 2007
- [10] A. Konyukhov, K. Schweizerhof. *Geometrically exact covariant approach for contact between curves*. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 199(37-40), 2510–2531, 2010
- [11] D. Durville. *Contact-friction modeling within elastic beam assemblies : an application to knot tightening*. Computational Mechanics, 49(6), 687–707, 2012
- [12] A. Gay Neto, P. M. Pimenta, P. Wriggers. *A master-surface to master-surface formulation for beam to beam contact. Part I : frictionless interaction*. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 303, 400–429, 2016
- [13] C. Meier, W. A. Wall, A. Popp. *A unified approach for beam-to-beam contact*. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 315, 972–1010, 2017
- [14] P. Wriggers. *Computational contact mechanics*. Springer, Berlin ; New York, 2nd ed edition, 2006
- [15] P.-A. Guidault, F. Bussolati, M. L. Guiton, O. Allix, P. Wriggers. *A small-sliding node-to-node formulation for beam-to-beam frictional contact with large displacements*. In VI. International Conference on Computational Contact Mechanics. Hannover, Germany, 2019
- [16] F. Bussolati, P.-A. Guidault, M. L. E. Guiton, O. Allix, P. Wriggers. *Robust Contact and Friction Model for the Fatigue Estimate of a Wire Rope in the Mooring Line of a Floating Offshore Wind Turbine*. In P. Wriggers, O. Allix, C. Weißenfels, editors, Virtual Design and Validation, volume 93, 249–270. Springer International Publishing, Cham, 2020. Series Title : Lecture Notes in Applied and Computational Mechanics
- [17] M. Guiton, M. Martinez, T. Quideau, J.-M. Heurtier, D. Durville, P.-A. Guidault, Y. Poirette. *Comparaison de modèles FEM à un essai de tension-flexion d'un câble d'ancrage offshore, 2022*
- [18] G. Zavarise, P. Wriggers. *Contact with friction between beams in 3-D space*. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 49(8), 977–1006, 2000